

החוג לחינוך מיוחד וייעוץ חינוכי

עבודת מחקר שקולה לעבודת גמר לתואר שני

"ממני תראו וכן תעשו": למידת פרוצדורות מתמטיות בהוראה מפורשת

"Look at Me and Do Likewise": Learning Mathematical Procedures Through Explicit Instruction

בהנחיית ד"ר דרור דותן

מגישה:
ויקי שמש
ת.ז: 032871287

אוגוסט 2026

תקציר

למידת פרוצדורות מתמטיות, לדוגמה חילוק ארוך, היא אחד האתגרים המרכזיים בהוראת המתמטיקה, אולם עדיין לא ברור כיצד דרכי הוראה שונות משפיעות על תהליך רכישתו של ידע פרוצדורלי.

מטרת המחקר הייתה לבחון כיצד הוראה מפורשת משפיעה על תהליך רכישתו של ידע פרוצדורלי. כדי לבדוד את רכישת הידע הפרוצדורלי מהשפעתם של ידע קודם, משמעות מתמטית ואסטרטגיות פתרון מוכרות, פיתחנו פרוצדורה מתמטית מלאכותית, שתוכננה לשמר את מאפייניה המרכזיים של פרוצדורה מתמטית, תוך צמצום השפעתם של ידע קודם ומשתנים מתערבים. במחקר השתתפו 89 לומדים בוגרים, שחולקו באקראי לקבוצה שלמדה בשיטת הוראה מפורשת (45) וקבוצה שלמדה בשיטת הוראה מסורתית (44). שתי הקבוצות למדו את אותה פרוצדורה ונבחנו מיד לאחר הלמידה ושוב לאחר שבוע.

הממצאים הצביעו על יתרון עקבי של ההוראה המפורשת. משתתפי קבוצה זו פתרו יותר פרוצדורות בצורה נכונה, שמרו טוב יותר על הידע לאורך זמן והפגינו יכולת גבוהה יותר לניטור עצמי, כפי שהתבטאה בזיהוי ובתיקון טעויות. נוסף על כך, הם דיווחו על הנאה רבה יותר מתהליך הלמידה ועל מוטיבציה גבוהה יותר להמשיך בו, ושיעורי הנשירה בקבוצה זו היו נמוכים יותר. ממצאי המחקר מצביעים על כך שיתרונה של ההוראה המפורשת אינו מתמצה בשיפור הביצוע בלבד. הממצאים מעלים את האפשרות כי רכישת ידע פרוצדורלי היא תהליך רב־ממדי, העשוי לערב היבטים קוגניטיביים, מטה־קוגניטיביים, התנהגותיים ורגשיים. המנגנונים האפשריים העומדים בבסיס יתרון זה נבחנו באמצעות ניתוח תאורטי של מרכיבי ההוראה המפורשת שיושמו במחקר הנוכחי. ממצאים אלה מניחים תשתית למחקרי המשך שיבחנו את תרומתם היחסית של מנגנונים אלה לתהליך הרכישה.

תוכן עיניינים

1 מבוא	6
1.1 חשיבות הידע	6
הפרוצדוראלי	6
1.2 הוראה מפורשת כשיטה להקניית מיומנות	7
1.3 המחקר הנוכחי	8
1.3.1 מערך המחקר	9
1.3.2 עקרונות הלמידה	9
1.3.3 שאלות	10
2 שימוש בפרוצדורה מתמטית מלאכותית	10
2.1 הפרוצדורה	11
2.2 דמיון לפרוצדורות מתמטיות אמיתיות	11
2.3 בקרה על משתנים מתערבים	13
3 שיטה	13
3.1 משתתפים	13
3.2 הליך	13
3.3 למידה וביצוע של הפרוצדורה	14
3.4 שאלון	15
3.5 ניתוח הנתונים	15
4 תוצאות	15
4.1 השפעת שיטת ההוראה על ביצועי הלומדים	15
4.1.1 ביצועים כלליים	15
4.2 נשירה מהמחקר	16
4.3 חוויה רגשית	17
4.4 מדוע ההוראה המפורשת עובדת טוב יותר?	18
4.4.1 הוראה מפורשת מונעת טעויות בשלב הלמידה	18
4.4.2 ניטור עצמי	19
4.5 מה האתגרים בלמידת הפרוצדורה?	20
4.5.1 סוגי הפעולות: סידור לעומת המרה	20
5 דיון	21
5.1 יתרונות ההוראה המפורשת	21
5.1.1 אפקטיביות ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת	21
5.1.2 תרומת ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת ללמידת פרוצדורות	22
5.2 הוראה מפורשת ככלי למניעת נשירה	22

23.....	5.3 איכות רכישת הידע הפרוצדורלי: מעבר למדידת ההצלחה.
23	5.3.1 תרומתו של צמצום טעויות לאיכות רכישת הידע הפרוצדורלי.
24.....	5.3.2 ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת וניטור עצמי.
24	5.4 הקשר האפשרי בין גורמים רגשיים לבין רכישת ידע פרוצדורלי.
25	5.5 מה האתגרים בלמידת פרוצדורה?
25	5.6 השימוש בפרוצדורה מלאכותית והיבטים מתודולוגיים אחרים.
26.....	5.7 סיכום.
27	6 רשימת מקורות.

תודות

מסע זה היה עבורי הרבה יותר ממחקר. הוא היה מסע של למידה, צמיחה והתבוננות מחודשת במשמעותה של הוראה. לאורך הדרך זכיתי באנשים שליוו אותי, תמכו בי, האמינו בי ולימדו אותי. לכל אחד מהם חלק משמעותי בהשלמת המסע הזה.

בראש ובראשונה, תודה למנחה שלי, **ד"ר דרור דותן**. מחקר זה עוסק בהוראה מפורשת, אך לאורך הדרך זכיתי לחוות אותה גם כתלמידה. היית עבורי דוגמה למנחה שמלמד באמצעות חשיפת דרכי החשיבה של החוקר, פירוק שאלות מורכבות לצעדים קטנים וברורים והכוונה מדויקת בכל שלב בתהליך החקירה. לא הסתפקת בהובלה אל התשובה, אלא לימדת אותי כיצד לחשוב, כיצד לחקור וכיצד לבנות טיעון מחקרי. תודה על הסבלנות, הדיוק, הזמינות, האמון והליווי המקצועי והאנושי לאורך כל הדרך. ההשפעה שלך על הדרך שבה אני חושבת כחוקרת וכאשת חינוך תמשיך ללוות אותי גם הרבה מעבר למחקר הזה.

להורי האהובים, **אתי ועוזי רובין**, תודה על האמונה הבלתי מתפשרת בי, על הערכים שהנחלתם לי, על האהבה, התמיכה והעידוד לאורך כל חיי. כל צעד במסע הזה נשען על היסודות שהענקתם לי.

לאורי, השותף לדרך שלי, תודה על היותך הרוח הגבית שלי. תודה שהקשבת באינספור רגעים למחשבות, לרעיונות, להתלבטויות ולהתרגשויות שלי, ותמיד ידעת להיות שם. תודה על התמיכה, הסבלנות והאמונה הבלתי פוסקת בי. תודה שפתחת בפניי עולם חדש של חשיבה ולמידה, שבזכותו נחשפתי לשיטות הוראה חדשות, אשר השפיעו על דרכי המקצועית ועל המחקר הזה.

לילדי האהובים, **אביגייל, בניה והדרי**, תודה על האהבה, הסבלנות וההבנה.

ולבסוף, אני מבקשת להודות על **הזכות להיות מורה ומדריכה**. המחקר הזה לא נולד במעבדה, אלא בכיתה. הוא צמח מתוך המפגש היומיומי עם תלמידים, מתוך הרצון להבין טוב יותר כיצד אנשים לומדים, וכיצד ניתן ללמד טוב יותר. לתלמידי לאורך השנים אני מבקשת לומר תודה. פעמים רבות חשבתי שאני זו שמלמדת אתכם, אך בדיעבד אני מבינה שגם אתם לימדתם אותי. השאלות שלכם, הקשיים, ההצלחות וההתמודדות שלכם הם שהובילו אותי לחפש תשובות, להעמיק, לחקור ולצמוח. במובנים רבים, אתם הייתם נקודת ההתחלה של המחקר הזה, ואני מקווה שתמשיכו להיות מקור ההשראה שלי גם בהמשך הדרך.

פתח דבר

מחקרים רבים מתחילים מתוך פער בספרות המחקרית. המחקר שלפניכם התחיל בדרך מעט שונה, מתוך שאלה שעלתה שוב ושוב במהלך עבודתי כמורה למתמטיקה.

לאורך שנות ההוראה פגשתי תלמידים רבים שלא התקשו רק בביצוע הפרוצדורה המתמטית עצמה, אלא התקשו להתחיל. ככל שלימדתי יותר, כך התחזקה בי ההבנה שהאתגר הראשון בהוראת תלמידים מתקשים אינו רק להסביר טוב יותר, אלא ליצור עבורם דרך בטוחה להיכנס ללמידה.

באותן שנים נחשפתי לשיטת הוראה עתיקת יומין מהמסורת היהודית, הנהוגה במשך דורות בלימוד קריאה בתורה לילדים צעירים. צפיתי שוב ושוב באותו רצף הוראה: תחילה, המלמד (ה"מורי") קורא והילד רק מתבונן; לאחר מכן הם קוראים ופועלים יחד; בהמשך הילד מוביל והמורי מלווה אותו; ולבסוף הילד קורא ומבצע את התהליך כולו באופן עצמאי. כאשר התעניינתי במקורה של דרך הוראה זו, הופנית אל הפסוק מספר שופטים:

"וַיֹּאמֶר אֲלֵיהֶם, מִמָּנִי תֵּראוּ וְכֵן תַּעֲשׂוּ" (שופטים ז', י"ז)

בפשוטו של מקרא, גדעון מנחה את לוחמיו להתבונן תחילה במעשיו ולאחר מכן לפעול כמוהו. עבורי, פסוק זה ביטא רעיון פדגוגי אוניברסלי ופשוט: למידה של פעולה חדשה מתחילה בהתבוננות במודל, ממשיכה בהתנסות מודרכת ומבשילה בהדרגה לביצוע עצמאי. הפסוק אינו מהווה מקור תאורטי למחקר זה, אבל הוא שימש עבורי השראה לחשיבה על הדרך שבה בני אדם רוכשים פרוצדורות ומיומנויות.

מתוך סקרנות מקצועית התחלתי להתאים את עקרונות ההוראה הללו לתחום שלי: הוראת מתמטיקה לתלמידים המתקשים בלמידה. פעם אחר פעם התרשמתי שהם הצליחו להשתלב בלמידה כאשר ההוראה נבנתה כרצף של הדגמה מפורשת, עשייה משותפת, העברה הדרגתית של האחריות לביצוע, ולבסוף ביצוע עצמאי. עם השנים, רצף ההוראה הזה הפך לחלק בלתי נפרד מעבודתי המקצועית, וקראתי לו "שיטת המורי", כמחווה למסורת ההוראה שממנה צמחה ההשראה הראשונית.

ובכל זאת, ככל שהאמנתי בדרך ההוראה הזו, ידעתי שניסיון מקצועי, גם אם הוא מצטבר לאורך שנים ומלווה בהצלחות רבות, אינו יכול להחליף מחקר. ייתכן שהצלחות אלו נבעו מגורמים אחרים, וייתכן שהתרשמתי הייתה מוטה מניסיוני האישי. דווקא משום כך בחרתי לבחון את השיטה בכלים מחקריים, באופן שיטתי, מבוקר ואמפירי.

המחקר שלפניכם לא נועד להוכיח שמסורת הוראה עתיקה היא הדרך הנכונה להוראת מתמטיקה, ואף לא להעתיק שיטת הוראה מתחום אחד לתחום אחר. הוא נועד לבחון האם העקרונות הפדגוגיים שעמדו בבסיס אותה מסורת, לאחר שעברו התאמה לעולם הוראת המתמטיקה, אכן תורמים לרכישה איכותית יותר של ידע פרוצדורלי. זאת תוך חיבור המסורת היהודית, כפי שהיא משתקפת ב"שיטת המורי", לרעיונות אקדמיים עכשוויים בתחום ההוראה המפורשת, אשר במובנים רבים משקפים עקרונות דומים.

אני מקווה שתרומת המחקר הזה תהיה לא רק בהצגת ממצאים חדשים, אלא גם בעידוד מורים וחוקרים להמשיך להתבונן בסקרנות בפרקטיקות הוראה הנולדות מן השדה החינוכי, לשאול עליהן שאלות, ולבחון אותן בכלים מדעיים. פעמים רבות, השאלה המחקרית הטובה ביותר לא מתחילה במאמר, אלא בילד אחד, במורה אחד, וברגע אחד של סקרנות.

1 מבוא

חשיבה מתמטית היא מערכת רב-ממדית הנשענת על מגוון יכולות, ביניהן חשיבה כמותית, פענוח סמלים מופשטים ותפיסה מרחבית (Karagiannakis et al., 2014; Mazzocco et al., 2011).

בתוך מערכת זו, היכולת לבצע חישובים תופסת מקום מרכזי. בהתאמה, גם הוראת המתמטיקה מקצה לה נפח משמעותי מאוד – כ-40% משעות הלימוד בביה"ס היסודי (משרד החינוך). בתוך תחום החישוב, נהוג להבחין בין שני סוגי ידע עיקריים: עובדות יסוד וחשוב רב-שלבי. עובדות יסוד הן תרגילי חשבון פשוטים שהתלמיד שולף מהזיכרון במהירות, בעוד חשוב רב-שלבי הוא תהליך הדורש רצף פעולות, שמירה של תוצאות ביניים ובקרה על סדר הביצוע (National Research Council, 2001; NCTM, 2014).

פרוצדורות (אלגוריתמים), בהן מתמקד המחקר הנוכחי, הן רצף צעדים מובנה וסדרתי לפתרון בעיות. ביצוע שלהן דורש הפעלת זיכרון עבודה, ניהול תהליך רב-שלבי ועוד. בניגוד לכך, עובדות יסוד נשלפות אוטומטית מהזיכרון לטווח ארוך. תכופות, הפרוצדורה דורשת גם שימוש בעובדות יסוד: באלגוריתם הכפל במאונך, לדוגמה 7×58 , אנו נדרשים תחילה לשלוף את עובדת לוח הכפל 7×8 . עם זאת, פרוצדורת הכפל במאונך מחייבת גם היבטים נוספים, "פרוצדורליים" ניהול התהליך השלם והקישור בין שלביו: למשל, הרישום בטורים, סדר הפעולות ומיקום נכון של הספרות בהתאם למבנה העשרוני.

מבחינה קוגניטיבית, ניתן לחלק את היכולות של חישוב רב-שלבי (פרוצדורות) לשלושה היבטים עיקריים. ידע קונספטואלי הוא הבנת העקרונות והקשרים הלוגיים העומדים בבסיס הפעולה המתמטית, כולל הבנת מהות הפעולה והשיקולים בתרגום סטואציה נתונה לבעיה מתמטית מוגדרת. **ידע פרוצדורלי** הוא שליטה ברצף הצעדים המובנה והסדרתי הנדרש לביצוע המשימה. לבסוף, מגוון של **מנגנוני ביצוע** תומכים ביכולת להוציא לפועל את הפעולה לדוגמה, קשב, זיכרון פעיל, ומנגנוני הביצוע הפיזי של הכתיבה ניתן להבחין בין שלושת ההיבטים האלה ידע קונספטואלי, ידע פרוצדורלי ומנגנוני ביצוע ורמתם עשויה להיות שונה אצל אותו תלמיד (Lenz et al., 2022). שלושת ההיבטים משולבים ומתקיימים ביניהם יחסי גומלין. ספציפית, קיימת זיקה בין הידע הפרוצדורלי לידע הקונספטואלי: הם אינם סותרים זה את זה, אלא משלימים ותומכים זה בזה במסגרת קשר דו-כיווני של היזון חוזר (Rittle-Johnson, 2019).

המחקר הנוכחי הוא שלב ראשון בפרויקט מחקרי רחב יותר, שמטרתו לזהות ולבודד את המאפיינים הקוגניטיביים והפדגוגיים הקריטיים ביותר להוראה אפקטיבית של פרוצדורות מתמטיות אלה שמובילים לשליטה ולמקסימום הצלחה בלמידה. כשלב ראשון בפרויקט הזה, כאן נערכה השוואה אמפירית בין שתי שיטות ללמידת פרוצדורות: אחת בגישת הוראה מפורשת ומובנית (שיטת "המורי"), והשנייה בגישת הוראה מסורתית יותר, דומה לשיטות המקובלות במערכת החינוך בארץ ובעולם. כפי שנראה בהמשך, ההוראה המפורשת הובילה לתוצאות טובות באופן משמעותי. השלבים הבאים של הפרויקט יבחנו את השיטות באופן מעמיק יותר, במטרה לברר מהם הגורמים הספציפיים והמנגנונים העומדים בבסיס היתרון היחסי של ההוראה המפורשת.

הצורך בבחינת שיטות הוראה למתמטיקה אינו רק עניין אקדמי. בישראל, צורך זה מקבל משנה תוקף נוכח ממצאי PISA 2022 (OECD, 2023), שלפיהם 37% מהתלמידים בני ה-15 בישראל לא הגיעו לרמת הבקאות הבסיסית (רמה 2) במתמטיקה. בהתייחס ללמידת פרוצדורות, מחקרים מצביעים על כך שתלמידים עשויים לפתח ולהפעיל באופן עקבי כללים שגויים ("באגים"), אשר עלולים להתבסס ולהשתמר בעקבות תרגול חוזר שאינו מלווה במשוב ובקרה מספקים (Lenz et al., 2019; Stockard et al., 2018). ממצאים אלה מדגישים את חשיבותו של תיווך הוראתי המכוון את הלומד לשלבים הנכונים של הפרוצדורה ומצמצם את האפשרות לתרגול חוזר של דרכי פתרון שגויות **במהלך תהליך הלמידה** (Middleton et al., 2022). תמונה זו נעשית מורכבת עוד יותר לנוכח שכיחותם של קשיים קוגניטיביים העלולים להשפיע על תפקוד מתמטי. הספרות מצביעה על כך שכ-15%–20% מהלומדים מתמודדים עם קשיי למידה מתמשכים, אשר עשויים להיות קשורים, בין היתר, למגבלות בזיכרון העבודה ובתפקודים הניהוליים **במהלך הלמידה המתמטית** (Geary, 2011; Dowker, 2019).

חשיבות הידע הפרוצדורלי

כאשר תלמיד ניגש לפתרון תרגיל מתמטי, ביצעו עשוי להישען במידה שונה על שני סוגי ידע מרכזיים: ידע קונספטואלי, המבוסס על הבנת העיקרון המהותי והרציונל העומד מאחורי הפעולה, וידע פרוצדורלי, המבוסס על ביצוע טכני וסדרתי של אלגוריתם נתון (Rittle-Johnson, 2017). למרות שלידע קונספטואלי יתרונות רבים בבניית תשתית מתמטית חזקה ובפיתוח יכולת להתמודד בגמישות עם בעיות מתמטיות, **הלומד אינו תמיד מסוגל להסתמך על הבנה זו לצורך הפקת דרך פתרון יעילה ומדויקת בעת ביצוע המשימה**. כמו כן, מבחינה התפתחותית, בניית הבנה קונספטואלית מופשטת עשויה לדרוש זמן הוראה ומשאבים קוגניטיביים, ועבור לומדים צעירים או מתקשים היא עלולה להיות מורכבת במיוחד בשלבי הלמידה הראשוניים (Crooks & Alibali, 2014; Rittle-Johnson & Loehr, 2017). לעיתים קרובות, תלמידים זקוקים תחילה לדרך פעולה ברורה שתאפשר להם לדעת "איך" לבצע את הפרוצדורה בהצלחה, בטרם יעמיקו בשאלת ה"למה". חשיבותו של הידע הפרוצדורלי מתחדדת עוד יותר מתוך הבנת ניהול המשאבים הקוגניטיביים במהלך פתרון תרגילים. תיאוריית העומס הקוגניטיבי (Sweller, 2011) מדגישה את העובדה שהזיכרון הפעיל, שבו מתבצע עיבוד המידע, הוא בעל קיבולת מוגבלת (Baddeley, 2003), שבמצבים מסוימים עשויה לעמוד על 3–4 יחידות מידע בלבד (Cowan, 2001). בעת פתרון תרגיל מתמטי רב־שלבי, הלומד נדרש ללהטט במספר פעולות במקביל: שליפת עובדות יסוד, החזקת תוצאות ביניים וניטור רצף הצעדים. דרישות אלו יוצרות עומס על הזיכרון הפעיל ועל מנגנונים נוספים. ביצוע הפרוצדורה על סמך ידע קונספטואלי מחריף את העומס עוד יותר, כיוון שבמצב זה כל צעד מחייב קבלת החלטות מודעת תהליך "יקר" מבחינה קוגניטיבית (Sweller, 2011). התבססות על ידע פרוצדורלי יכולה להפחית את העומס הקוגניטיבי, שכן היא מאפשרת עיבוד אוטומטי יותר, עם דרישות נמוכות יותר למשאבים קוגניטיביים. הפחתת העומס לא רק משפרת את הביצוע; היא גם מאפשרת ללומד להפנות אנרגיה מנטלית לבקרה עצמית ולהבנה מורכבת יותר (Kirschner & Hendrick, 2020).

כלומר, כאשר התלמיד (או המורה המנחה אותו) בוחר בנתיב של ידע פרוצדורלי, המטרה היא להביאו לשליטה מלאה בתהליך, עד כדי אוטומטיות. חשיבותה של שליטה זו אינה מסתכמת רק בהצלחה בתרגיל זה או אחר, אלא גם משליכה על הלמידה עצמה. מחקרים מצביעים על קיומו של קשר דו־כיווני והיזון חוזר בין ידע פרוצדורלי לידע קונספטואלי, כאשר ההצלחה והשליטה בידע הפרוצדורלי עשויות לשמש כקרח קפיצה המקדם בהמשך גם את ההבנה הקונספטואלית (Fyfe et al., 2014; Rittle-Johnson et al., 2015).

העומס הקוגניטיבי בביצוע פרוצדורות לא נובע רק מהפעולות המתמטיות. מרכיב קריטי נוסף המייצר עומס, ומהווה חלק בלתי נפרד מהפרוצדורה, הוא המעבר למרחב הפיזי, פעולת הכתיבה וארגון הדף. ביצוע זה דורש סנכרון בין זיכרון ויישום של חישובים וחוקים וכן לשליטה בשלבי הביצוע בסדר הנכון, נוסף הזיכרון המוטורי, אחראי על התנועות הפיזיות והאוטומטיזציה של עיצוב המספרים וכן מיקום הספרות וכתיבתן בימוד נכון על הדף (לדוגמה, בחיסור במאונך: פריטה של עשרות לאחדות, כתיבה של האחדות בדיוק מתחת לאחדות); כאשר תהליכים אלה אינם מבוססים דיים, הדרישות הנוספות הכרוכות בביצוע עשויות להגדיל את העומס המוטיל על זיכרון העבודה, שקיבולתו מוגבלת בעת עיבוד מידע חדש (Sweller, 2024). הניסיון לסנכרן בין חשיבה לביצוע פיזי יוצר "צוואר בקבוק" קוגניטיבי, המוביל לשגיאות נגררות ולפגיעה בדיוק (Morsanyi et al., 2022). כדי להתגבר על עומס זה, נמצא כי שילוב של המללה (verbalization) במקביל לכתיבה תומך בתהליך של קידוד כפול (dual coding) בו אותו מידע מיוצג הן באופן מילולי והן באופן חזותי-מוטורי (Paivio, 2006) ייצוג כפול זה מחזק את עקבות הזיכרון, הופך את הלמידה לאקטיבית יותר ומסייע לעגן את רצף הצעדים באופן העמיד יותר בפני שכחה (Andersson, 2008).

הוראה מפורשת כשיטה להקניית מיומנות

המחקר יוצא מנקודת הנחה שלצורות ידע שונות, ובפרט לידע פרוצדורלי לעומת לידע קונספטואלי, עשויות להתאים אסטרטגיות הוראה שונות. מאחר שמוקד המחקר הנוכחי הוא בבניית מיומנות פרוצדורלית, כלומר בפיתוח יכולת לבצע פרוצדורה מתמטית בדייקנות, ביעילות ובאופן אוטומטי, בחרנו להתמקד בשיטות הוראה המכוונות ללמידה מובנית של פרוצדורות. גישות המדגישות למידה קונספטואלית רחבה או למידה מבוססת חקר וגילוי (Inquiry-based learning) אינן מצויות במוקד מחקר זה, שכן מטרתן המרכזית אינה בהכרח צמצום העומס הקוגניטיבי או האצת האוטומטיזציה

של ביצוע פרוצדורלי (Kirschner et al., 2006; Sweller, 2011). כאן התמקדנו בגישה של הוראה מפורשת, והשוונו אותה לשיטות הוראה מסורתיות יותר, הרווחות בשדה החינוכי.

בשדה החינוכי קיים גיוון רב בשיטות הוראה במתמטיקה, כולל בתחום הספציפי של הקניית ידע פרוצדורלי. עם זאת, הוראה מסורתית, כאשר היא נעשית היטב, מתאפיינת לרוב במבנה שבו המורה מדגים את האלגוריתם או את דרך הפתרון בצורה ישירה. שיטה זו יעילה להעברה מהירה של מידע רב ולהצגת סדר פעולות בסיסי, אך היא מתמקדת בעיקר בתוצר הרצוי; המורה נוטה שלא לחשוף בפני התלמידים את התהליכים הקוגניטיביים הסמויים שלו (היעדר "חשיבה בקול").

השלב העוקב המקובל בהוראה המסורתית הוא לרוב תרגול עצמאי. הרעיון הוא שאחרי שיכולת הביצוע כבר נרכשה באופן בסיסי, עדיין יש להפוך את הביצוע למהיר ואוטומטי דרך חזרה אינטנסיבית. שלב זה מתאים לחיזוק מיומנויות שהלומד כבר רכש ומבצע נכון. החיסרון המרכזי בתרגול עצמאי מסוג זה, בעיקר אם הוא מתבצע בשלבי הלמידה הראשוניים וללא השגחה ותיווך צמודים, הוא הסכנה של "קיבוע טעויות": תרגול ללא משוב מיידי ושיטתי עלול לגרום ללומד לחזור על שגיאה שוב ושוב עד שהיא נתפסת מביחיתו כחוקיות נכונה (Kirschner & Hendrick, 2020). ברגע ש"באג" פרוצדורלי כזה משתרש בזיכרון, תהליך ההכחדה והתיקון שלו הופך לקשה ומורכב במיוחד.

על רקע זה, המחקר הנוכחי בוחן את מודל ההוראה המפורשת (Explicit Instruction) כמענה פדגוגי המגשר על פערים אלו. ניתן לראות בהוראה המפורשת מעין שכלול של ההוראה המסורתית. היא אינה מבטלת את הצורך בהדגמה ובתרגול, אלא מפרקת את המעבר שבין הדגמת המורה לביצוע התלמיד לרצף של צעדים קטנים, מובנים ומבוקרים, תוך מתן דגשים ברורים, תרגול מונחה ומשוב תכוף (Archer & Hughes, 2011; Rosenshine, 2012). הספרות מצביעה על כך שהוראה מפורשת יעילה בלמידת מתמטיקה ובהקניית מיומנויות אצל לומדים מתקשים, משום שהיא מפחיתה עומס קוגניטיבי, מספקת פיגומים ועשויה לצמצם את ביסוסן של שגיאות פרוצדורליות בשלב הלמידה הראשוני (Gersten et al., 2009; Stockard et al., 2018). שלושת שלבי הליבה של הגישה: "אני מדגים" (I do), "אנחנו מתרגלים" (We do) ו"אתה מבצע" (You do). מאפשרים מעבר הדרגתי ומבוקר מביצוע מונחה לביצוע עצמאי. המחקר הנוכחי מתמקד בשלב הביניים ה־"We do", המהווה שלב קריטי בתהליך הלמידה שבו מתרחשת ההמרה מהבנה ראשונית לביצוע מיומן. מטרתנו היא להבין כיצד כדאי לבצע שלב זה.

1.1 המחקר הנוכחי

המחקר הנוכחי שואף לבחון את האפקטיביות של גישת ההוראה המפורשת ברכישת פרוצדורות מתמטיות מורכבות, מתוך ראייה המשלבת בין ניתוח קוגניטיבי של הלמידה לבין יישום פדגוגי מותאם. בחירת הכלים בתוך "ארגז הכלים" של המורה אינה יכולה להיות מקרית או גורפת; היא חייבת להתבסס על הלימה מדויקת בין המנגנונים הקוגניטיביים של הלומד לבין המשימה הניצבת לפניו. במחקר זה מודגשת החשיבות שבזיהוי הפרוצדורה המתמטית לא רק כתוכן לימודי, אלא כישות קוגניטיבית ייחודית ותובענית, המורכבת מרצף פעולות המצריך סנכרון קריטי בין שלפי מהזיכרון, ניהול משאבים בזיכרון העבודה וביצוע (Rittle-Johnson & Loehr, 2017). כאמור, המחקר מהווה צעד ראשון במסגרת פרויקט מחקרי רחב יותר, שמטרתו לזהות, לבדוד ולהגדיר את המאפיינים הפדגוגיים והקוגניטיביים הספציפיים של ההוראה המפורשת התורמים לרכישת מיומנויות פרוצדורליות. בתוך מסגרת זו, מטרתו של המחקר הנוכחי היא לבסס את התשתית האמפירית הראשונית: להראות כי שילוב מושכל של כמה אלמנטים של הוראה מפורשת, ובראשם ניהול מובנה ומוקפד של שלב התרגול המונחה מקדם למידה יעילה. הדגמת הערך של גישה זו כחבילה הוליסטית במחקר הנוכחי תהווה תשתית לצעדי המחקר הבאים של הפרויקט, שבהם נבקש לבדוד ולבחון את התרומה הייחודית של כל אלמנט הוראתי בנפרד.

במחקר הנוכחי פותחה התערבות הוראתית ייחודית, שעוגנה בעקרונות ההוראה המפורשת **שיושמו במחקר זה** (Archer & Hughes, 2011; Rosenshine, 2012). ושילבה לצדם רכיבים פדגוגיים משלימים, ובהם קידוד כפול (Paivio, 2006) ווריאציה מבוקרת (Marton, 2015). לצורך הפשטות, לאורך העבודה יכונה תנאי ניסוי זה "הוראה מפורשת"; מונח זה מתייחס למכלול ההתערבות כפי שיושמה במחקר הנוכחי. לפיכך, מערך המחקר הנוכחי אינו

מאפשר לבדוד את תרומתו של כל אחד מרכיבי ההתערבות לאפקט שנמצא. ההפרדה בין המרכיבים תתבצע במחקר המשך.

1.1.1 מערך המחקר

מערך המחקר כלל שתי קבוצות שלמדו את אותה פרוצדורה מתמטית מלאכותית בשתי שיטות הוראה שונות. הפרוצדורה וההשוואה שלה לפרוצדורות מתמטיות אמיתיות מתוארות בפירוט בפרק הבא. שתי הקבוצות למדו את אותם חומרי הלמידה ונבחנו באותם מבחנים בשתי נקודות זמן: מיד לאחר הלמידה ושבעה לאחר מכן. ההבדל היחיד בין הקבוצות היה באופן ההוראה: בעוד ששתי הקבוצות למדו על בסיס עקרונות הוראה משותפים, בקבוצת ההוראה המפורשת שולבו גם רכיבים ייחודיים של הוראה מפורשת.

1.1.2 עקרונות הלמידה

העקרונות הפדגוגיים שנבחנו במחקר

הוראה מפורשת היא גישה פדגוגית מובנית, שבה המורה מדגים את ביצוע המשימה, מפרק אותה לשלבים ברורים, ממליל את תהליך החשיבה, מספק תרגול מונחה ומשוב, ומפחית בהדרגה את התמיכה עד לביצוע עצמאי של הלומד (Archer & Hughes, 2011; Rosenshine, 2012). עקרונות אלה נועדו להפחית אי־ודאות, לצמצם טעויות בשלבי הרכישה הראשוניים ולתמוך בבנייתו של ייצוג פרוצדורלי יציב. בתאם לכך, ההתערבות התבססה על מספר עקרונות משלימים. הדגמה מפורשת של הפרוצדורה אפשרה ללומדים לצפות בביצוע נכון של המשימה לפני ההתנסות העצמאית, ובכך ליצור ייצוג ראשוני של רצף הפעולות ושל אופן יישום הכללים. פירוק המשימה לתת־שלבים הפחית את מורכבותה של הפרוצדורה ואפשר ללומדים לעבד כל שלב בנפרד, לפני שילובם לרצף ביצוע שלם. המללה מפורשת של כללי הפעולה ושל תהליך קבלת ההחלטות סייעה להפוך את הידע הסמוי לגלוי, כך שהלומדים לא רק נחשפו לביצוע, אלא גם לכללים המנחים אותו ולתנאים להפעלתם. תרגול מונחה אפשר ללומדים להתנסות בביצוע הפרוצדורה בליווי המורה, תוך הכוונה, תמיכה ומשוב במהלך שלבי הרכישה הראשוניים. שמירה על רצף הפרוצדורה לאורך כל שלבי הלמידה נועדה לאפשר בניית ייצוג רציף של שלבי הביצוע, תוך הימנעות מקטיעת רצף הפעולות או ממעבר למשימות אחרות העלולים להגדיל את העומס הקוגניטיבי. לבסוף, הפחתה הדרגתית של התמיכה אפשרה העברה מדורגת של האחריות על ביצוע הפרוצדורה מן המורה אל הלומד, עד להשגת שליטה עצמאית.

לצד עקרונות ההוראה המפורשת שולבו גם שני רכיבים פדגוגיים משלימים. הראשון היה קידוד כפול (dual coding) המבוסס על שילוב בין ייצוגים מילוליים וחזותיים של (Paivio, 2006). במחקר הנוכחי עיקרון זה יושם באמצעות שילוב בין המללה של שלבי הפרוצדורה לבין הצגתם וכתיבתם, במטרה לתמוך בקידוד רצף הפעולות ובזכירתו. כחלק מיישום זה שולבה למידת עמיתים מונחית, שבה המשתתפים עבדו בזוגות בתפקידים מוגדרים של ממליל וכותב. הרכיב השני היה וריאציה מבוקרת, שלפיה בשלבי הלמידה הראשונים נשמרו אותם פרמטרים של הפרוצדורה לאורך התרגול. החלטה זו נועדה להפחית עומס קוגניטיבי הנובע משינויי נתונים ולאפשר ללומדים למקד את הקשב ברכישת מבנה הפרוצדורה ורצף הפעולות, לפני חשיפה הדרגתית לשונות בין המשימות (Marton, 2015; Sweller et al., 2011). מכנה משותף לכלל העקרונות הוא יצירת תהליך למידה מובנה והדרגתי, שבו האחריות על ביצוע הפרוצדורה עוברת בהדרגה מן המורה אל הלומד, תוך הפחתת אי־ודאות ועומס קוגניטיבי וביסוס ייצוג פרוצדורלי יציב. בהתאם לכך, ההתערבות עוצבה כשילוב של מספר עקרונות פדגוגיים משלימים, מתוך ההנחה התאורטית כי רכישת ידע פרוצדורלי מושפעת מן האינטראקציה ביניהם, ולא מיישומו של עיקרון יחיד.

עקרונות והחלטות תכנוניות שיושמו בשתי קבוצות המחקר

לצד העקרונות שנבחנו במחקר, מספר עקרונות פדגוגיים והחלטות תכנוניות יושמו באופן זהה בשתי הקבוצות. שתי הקבוצות למדו את אותה פרוצדורה, השתמשו באותם חומרי למידה וצפו באותה הדגמה בתחילת הלמידה. בשתיקה שולבה למידה פעילה באמצעות ביצוע הפרוצדורה, והמשתתפים קיבלו משוב באמצעות הצגת הפתרון הנכון לאחר השלמת כל תרגיל, ללא תיקון מיידי במהלך הביצוע. בחירה זו נועדה לאפשר ללומדים להשלים את תהליך החשיבה והביצוע לפני קבלת המשוב, ולמנוע התערבות העלולה להשפיע על מהלך הביצוע עצמו. נוסף על כך, הפרוצדורה

תוכננה כך שתצמצם את השפעתם של ידע קודם, משמעות מתמטית ואסטרטגיות פתרון מוכרות, כדי למקד את הלמידה ברכישת הפרוצדורה בלבד.

יישום ההתערבות במחקר

במחקר הנוכחי הוקפד ליצור בסיס השוואתי קפדני בין שתי קבוצות הלמידה. שתי הקבוצות למדו את אותה פרוצדורה, קיבלו הדגמה זהה (מודלינג) של רצף הפעולות ומשוב מיידי בסיום כל תרגיל. ההבדל בין הקבוצות התמקד באופן שבו עוצב שלב התרגול. בעוד שקבוצת ההוראה המסורתית עברה מן ההדגמה לתרגול עצמאי של מגוון תרגילים, בקבוצת ההוראה המפורשת התרגול התקדם באופן מדורג, תחילה תרגול מונחה בליווי חשיבה בקול, לאחר מכן עבודה בזוגות שבה משתתף אחד המליל את שלבי הפרוצדורה והאחר ביצע את הכתיבה, ולבסוף ביצוע עצמאי. לאורך שלבי התרגול הראשונים נשמרו אותם פרמטרים של הפרוצדורה, כך שהלומדים יכלו להתמקד ברכישת רצף הפעולות לפני מעבר לתרגילים שונים.

1.1.3 שאלות

המחקר בדק את השאלות הבאות

שאלה 1: האם הוראה מפורשת משפרת את הרכישה והשימור של פרוצדורה מתמטית מורכבת?

ספציפית, שיערנו שהמשתתפים בקבוצת ההוראה המפורשת יפגינו רמת ביצוע גבוהה יותר בהשוואה לקבוצת ההוראה המסורתית. יתרון זה יישמר גם במבחן שייערך כשבוע לאחר הלמידה הראשונית.

שאלה 2: כיצד משפיעה שיטת ההוראה על החוויה הרגשית של הלומד, ומהו הקשר בין החוויה הרגשית לבין הישגיו?

שיערנו כי משתתפי קבוצת ההוראה המפורשת ידווחו על חוויית למידה חיובית יותר בהשוואה למשתתפי קבוצת ההוראה המסורתית, שתתבטא ברמות גבוהות יותר של הנאה ומוטיבציה. כמו כן, שיערנו כי ימצא קשר חיובי בין חוויית הלמידה לבין רמת הביצוע.

שאלה 3: האם קיים הבדל ביכולת הניטור המטא-קוגניטיבית בין משתתפי שתי הקבוצות?

משתתפי קבוצת ההוראה המפורשת יפגינו יכולת גבוהה יותר לאתר טעויות ולתקן נכון מאשר משתתפי הקבוצה ההוראה מסורתית.

2 שימוש בפרוצדורה מתמטית מלאכותית

אחד האתגרים המרכזיים במחקר הנוכחי היה פיתוחה של פרוצדורה מתמטית מלאכותית, שתאפשר לבחון את תהליך רכישתו של ידע פרוצדורלי באופן מבוקר, עם בקרה על משתנים מתערבים ובלי לוותר על המאפיינים הקוגניטיביים המהותיים של פרוצדורות מתמטיות. למיטב ידיעתנו, זוהי הפרוצדורה הראשונה מסוג אשר פותחה לצרכי מחקר פדגוגי/קוגניטיבי. פיתוח הפרוצדורה היה תהליך איטרטיבי עם שישה מחקרי פיילוט שנועדו להבטיח כי הפרוצדורה תהיה ברורה ללמידה, מאתגרת במידה הרצויה, רגישה להבדלים בתהליך רכישת הידע הפרוצדורלי, ותשקף באופן מיטבי את המאפיינים שאותם ביקש המחקר לבחון.

להלן נתאר את הפרוצדורה עצמה, ולאחר מכן נסביר כיצד היא דומה לפרוצדורות מתמטיות אמיתיות ובאיזה אופן היא מצמצמת את ההשפעה של משתנים מתערבים.

הפרוצדורה שפותחה במחקר זה נועדה בראש ובראשונה לשמש כלי מחקר לבחינת רכישת ידע פרוצדורלי בתנאים מבוקרים. מעבר לשימושה במחקר הנוכחי, היא עשויה להוות כלי מתודולוגי למחקרי המשך שיבקשו לבחון את תהליך רכישת הידע הפרוצדורלי בתנאים מבוקרים, וכן לפתח ולהעריך התערבויות פדגוגיות המכוונות לשיפור הלמידה הפרוצדורלית, תוך שליטה טובה יותר במשתנים מתערבים ושימור המאפיינים הקוגניטיביים המרכזיים של פרוצדורות מתמטיות.

2.1 הפרוצדורה

כל פריט (תרגיל) במטלה הורכב מרצף של עשר ספרות בין 0 ל-5. תהליך הפתרון בנוי משני סוגי שלבים המתבצעים לסירוגין: (א) סידור הספרות בסדר עולה, (ב) המרת ספרה או רצף ספרות בהתאם לחוקי ההמרה המפורטים בטבלה 1. כאשר התוצאה היא דו ספרתית, יש לרשום את ספרת העשרות והיחידות שלה ב-2 תאים סמוכים. קדימות חוקי ההמרה נקבעת על פי סדר הופעתם בטבלה, כך שחוק המופיע במקום גבוה יותר גובר על החוקים המופיעים אחריו. יש לבצע את שלבי הסידור וההמרה שוב ושוב עד שלא ניתן עוד ליישם שום חוק המרה, ובכך מסתיים ביצוע הפרוצדורה. תרשים 1 מדגים את יישום הפרוצדורה על תרגיל לדוגמה.

טבלה 1. כללי ההמרה בפרוצדורה המלאכותית

רצף קיים	יומר ל..	דוגמה
3 ספרות זהות 	סכומן	$6 \leftarrow 222$
2 ספרות זהות 	1	$1 \leftarrow 33$
2 ספרות עוקבות 	0	$0 \leftarrow 34$
ספרה בודדת 	מועתקת כמו שהיא	$2 \leftarrow 2$

סידור	4	1	2	3	4	0	4	3	5	2
המרה על פי כללים	0	0	1	2	3	3	4	4	4	5
סידור	1	0	1	1	2	5				
המרה על פי כללים	0	1	1	1	2	5				
סידור	0	1	2	5						
המרה על פי כללים	0	1	2	5						
אין סידור/המרה $\leftarrow$ סיום	0	2	5							

תרשים 1. דוגמה להפעלת הפרוצדורה על התרגיל 4123404352. התרגיל מופיע בשורה הראשונה, התשובה הסופית בשורה האחרונה. המשתתפים קיבלו דף עם מטריצה בה היה רשום רק התרגיל, ומילאו את שאר השורות. הצבעים והחצים מוצגים כאן להדגמה בלבד, אין הנחיה לסמן אותם.

2.2 דמיון לפרוצדורות מתמטיות אמיתיות

בסעיפים הבאים נתאר את אותם אתגרים מרכזיים שמאפיינים פרוצדורות מתמטיות, כפי שמתוארים בספרות, ולצדם האופן שבו כל אחד מהם בא לידי ביטוי בתכנון הפרוצדורה המלאכותית. סדר הסעיפים לאו דווקא מעיד על חשיבותם היחסית של האתגרים.

ארגון מרחבי וחזותי-מוטורי. פרוצדורות מתמטיות לא מתבצעות רק ברמה הקוגניטיבית, אלא מחייבות גם ארגון מדויק של המידע על הדף. באלגוריתמים כמו כפל רב-ספרתי, הלומד נדרש ליישר את הספרות בטורים המתאימים, לשמור על מיקום מדויק של תוצאות הביניים ולעקוב אחר המעברים בין השורות. במקרים רבים, גם כאשר החישוב עצמו נכון, טעויות בארגון המרחבי עלולות לגרום לשגיאות מצטברות ולתוצאה סופית שגויה (van Nes & de Lange, 2007). גם

בפרוצדורה שפותחה למחקר, הלומד נדרש לנהל ארגון מרחבי מדויק של הספרות בטבלה, להעתיק תוצאות למיקומן הנכון ולשמור על מבנה עקבי לאורך כל שלבי הביצוע.

מעבר בין חוקים. אחד האתגרים המרכזיים ברכישת פרוצדורות מתמטיות הוא המעבר בין מערכות חוקים שונות במהלך ביצוע רציף של אותה משימה. בפרוצדורות רבות, כולל כפל רב-ספרתי, הלומד לא חוזר שוב ושוב על אותו כלל, אלא נדרש לעבור בין שלבים שונים של האלגוריתם, שלכל אחד מהם מערכת חוקים ייחודית. לדוגמה, במהלך הכפל הארוך מתבצע מעבר בין פעולות הכפל לבין חיבור תוצאות הביניים. מעברים אלה מחייבים את הלומד לזהות את השלב שבו הוא נמצא, לבחור את מערכת החוקים המתאימה ולהימנע מהפעלת כלל השייך לשלב אחר. הספרות מצביעה על כך שמעברים בין חוקים מהווים מקור שכיח לטעויות פרוצדורליות וליצירת דפוסי שגיאה עקביים במהלך הביצוע העצמאי (Brown & Burton, 1978; Dorner et al., 2025; Rittle-Johnson, 2017). גם הפרוצדורה המלאכותית שלנו עוצבה כך שתכלול שני סוגי צעדים שונים, צעדי סידור וצעדי המרה, שלכל אחד מהם מערכת כללים שונה. לאורך הביצוע נדרש הלומד לזהות באיזה שלב הוא נמצא, להפעיל את הכללים המתאימים ולעבור ביניהם באופן עקבי.

שמירה על רצף הפעולות. אחד ממאפייניה המרכזיים של פרוצדורה מתמטית הוא הצורך לבצע את שלבי האלגוריתם ברצף קבוע ומוגדר מראשהצלחת הביצוע לא תלויה רק בידיעת הכללים הבודדים, אלא גם ביכולת לארגן אותם לרצף עקבי, שבו כל שלב נשען על תוצאת השלב הקודם ומשפיע על השלב הבא לאורך תהליך הביצוע בצורה מדויקת ועקבית (Hiebert & Lefevre, 1986; Dotan & Zviran-Ginat, 2022). מנקודת מבט זו, הקושי ברכישת פרוצדורה אינו מתמצה בלמידת אוסף של פעולות, אלא בבנייתו של רצף מאורגן ויציב. קושי זה דומה, במובן מסוים, למה שתואר בספרות בתחומים אחרים כ"אתגר תחבירי" בתחום המתמטי, שבו האתגר אינו בידיעת המרכיבים הבודדים אלא בארגונם למבנה תקין ובשמירה על יחסי התלות ביניהם (Dehaene et al., 2015; Handelsman & Dotan, 2025). גם בפרוצדורה שפותחה למחקר הוגדר רצף קבוע של שלבי ביצוע, כך שכל שלב התבסס על תוצאת השלב הקודם. דילוג על שלב, שינוי בסדר הפעולות או ביצוע שלב בזמן שאינו מתאים הובילו לפגיעה בהמשך הפרוצדורה.

בחירת החוק המתאים. ביצוע פרוצדורות מתמטיות מחייב בחירה של החוק המתאים מבין כמה חוקים, כאשר במקרים רבים עשוי להיראות כאילו יש יותר מחוק אחד שמתאים באותו רגע. האתגר הוא להימנע מהפעלת כללים שלא מתאימים למצב הנתון, ולקחת בחשבון איזה כלל גובר על איזה במצבים בהם יש לכאורה 2 כללים שעשויים להתאים. היכולת הזאת, של בחירת כלל, נשענת על מגוון מנגנונים, כולל תפקודים ניהוליים ואינהיביציה במהלך ביצוע הפרוצדורה (Bull & Lee, 2014; Cragg & Gilmore, 2014). כדי לשמר את המאפיין הזה בפרוצדורה המלאכותית, יצרנו מצבים של כמו-קונפליקט, בהם נראה כאילו כמה כללים עשויים להתאים. השתמשנו בכוונה בספרות 0 ו-1, להן משמעות מוכרת בפרוצדורות מתמטיות, אך במסגרת הפרוצדורה המלאכותית יוחסו להן כללי פעולה חדשים. עיצוב זה חייב את הלומדים לעכב את הנטייה להסתמך על משמעותן המתמטית המוכרת של הספרות, ולהיצמד לכללי הפרוצדורה החדשים.

לולאת ביצוע ותנאי סיום. מאפיין מרכזי נוסף של פרוצדורות מתמטיות הוא שהן אינן מורכבות מרצף חד פעמי של פעולות, אלא מלולאת ביצוע חוזרת. אותה סדרת פעולות מיושמת שוב ושוב עד להתקיימותו של תנאי סיום מוגדר (Dorner et al., 2025; Shanny, 2020). במהלך כל מחזור של הלולאה נדרש הלומד להמשיך לעקוב אחר כללי הפרוצדורה, לשמור על סדר הפעולות ולזהות את הרגע שבו יש להפסיק את הביצוע. יכולת זו מחייבת ניטור מתמשך של התהליך ושל מצבו הנוכחי. גם בפרוצדורה שלנו, חזרו אותם שלבי ביצוע באופן מחזורי עד שלא ניתן היה עוד ליישם את חוקי ההמרה.

אינטגרציה של מרכיבי הביצוע. אחד ממאפייניה המרכזיים של רכישת ידע פרוצדורלי הוא הצורך לשלב מספר תהליכים קוגניטיביים הפועלים בו־זמנית במהלך ביצוע הפרוצדורה באופן מתואם ועקבי, תוך שמירה על רצף הפעולות הנדרש (Rittle-Johnson & Schneider, 2015; Dorner et al., 2025). המרכיבים הם אותם מרכיבים שתוארו לעיל, אבל הצלחת הביצוע לא תלויה רק בשליטה בכל אחד מהם בנפרד, אחד מהם בנפרד, אלא ביכולת לתאם ביניהם באופן רציף ועקבי. במהלך ביצוע פרוצדורה הלומד נדרש לשלב ארגון מרחבי, שמירה על רצף הפעולות, מעבר בין חוקים, קבלת החלטות, עיכוב תגובה וניטור מתמשך של הביצוע. הקושי הפרוצדורלי נובע, במידה רבה, מן הצורך לנהל את כלל המרכיבים הללו כמערכת אחת הפועלת באופן מתואם. גם הפרוצדורה שפותחה למחקר דרשה הפעלה משולבת של

כלל המרכיבים שתוארו לעיל, והיא משלבת ביניהם באופן שיוצר, כפי שעלה מניסויי פיילוט שערכנו ומתוצאות המחקר, עומס ואתגר ברמה שמזכירה למידת פרוצדורות אמיתיות.

עומס על הזיכרון הפעיל. אחד ממוקדי הקושי המרכזיים בביצוע פרוצדורות מתמטיות הוא העומס המוטל על זיכרון הפעיל. במהלך ביצוע פרוצדורות חישוביות, הלומד נדרש להחזיק ולעבד בו-זמנית פריטי מידע רבים. אפילו כשהתרגיל והתשובות כתובים על דף, עדיין יש עומס על הזיכרון. למשל, כדי לזכור את המשמעות של כל מספר שכתבנו, לבצע חישובים ולעקוב אחר שלבי הפרוצדורה. העומס זה מהווה גורם מרכזי להופעת טעויות ולפגיעה בביצוע פרוצדורות מתמטיות (DeStefano & LeFevre, 2004; Raghobar et al., 2010). **במחקר הנוכחי בחרנו לצמצם במכוון רכיב זה.** הפרוצדורה המלאכותית עוצבה כך שכמעט ולא תדרוש ביצוע חישובים או שלילת עובדות חשבון, ותפחית את העומס, החישובי או אחר, שמוטל על הזיכרון הפעיל. החלטה זו נועדה לבדד את תהליך רכישתו של הידע הפרוצדורלי עצמו, כך שהבדלים בביצוע ישקפו בעיקר את רכישת רצף הפעולות והכללים, ולא הבדלים ביכולת החישוב או בעומס על זיכרון פעיל.

2.3 בקרה על משתנים מתערבים

במקביל לשמירה על המאפיינים לעיל, שורת מאפיינים מתודולוגיים של המחקר נקבעו כדי לצמצם את השפעתם של משתנים מתערבים, ובכך לבחון באופן מבוקר את תהליך רכישתו של ידע פרוצדורלי. ראשית, המשתתפים לא היו ילדים אלא מבוגרים בגיל 25+, מתוך הנחה שמיומנויות היסוד המתמטיות והתפקודים הקוגניטיביים הבסיסיים שלהם כבר מבוססים, ולכן ההשפעה של הבדלים התפתחותיים ושל פערים בידע בסיסי צפויה להיות מצומצמת. שנית, כאמור לעיל, פותחה פרוצדורה חדשה, חסרת משמעות מתמטית, אשר אינה נשענת על ידע קודם או על אסטרטגיות פתרון מוכרות. לכללים לא יוחסה משמעות מתמטית או כמותית, ולא התאפשרה בקרה באמצעות פעולה הופכית. שלישית, כדי להימנע מחישובים מורכבים, הפרוצדורה כמעט לא כללה חישוב, וכיוון שהיא כן כללה מעט חישוב (חיבור 3 מספרים זהים), השתמשנו רק בספרות 0–5. רביעית, כדי ש"העומס הפרוצדורלי" לא יהיה גדול מדי, מספר חוקי ההמרה הוגבל לשלושה בלבד, וכל חוק הוחל על לכל היותר שלוש ספרות בוזמנית.

3 שיטה

3.1 משתתפים

במחקר השתתפו 125 מבוגרים בגילאי 25–55. המשתתפים היו סטודנטים ואנשי הוראה בעלי השכלה אקדמית ממגוון תחומי דעת, למעט מתמטיקה. בחירה זו נועדה לצמצם את השפעתם של הבדלים בידע מתמטי קודם ולאפשר בחינה מבוקרת של תהליך רכישתו של ידע פרוצדורלי בקרב לומדים בעלי השכלה גבוהה. המשתתפים הוקצו באקראי לאחד משני תנאי ההוראה: הוראה מפורשת או הוראה מסורתית. במהלך המחקר נרשמה נשירה של משתתפים, בעיקר בקבוצת ההוראה המסורתית. לפיכך, גויסו משתתפים נוספים בהתאם לצורך, כדי להגיע בשתי הקבוצות למספר דומה ככל האפשר של משתתפים שהשלימו את המחקר. בסך הכול השתתפו 50 משתתפים בקבוצת ההוראה המסורתית ו-75 בקבוצת ההוראה המפורשת. מתוכם השלימו את המחקר 44 ו-45 משתתפים, בהתאמה.

3.2 הליך

המחקר כלל שני מפגשים (תרחים 2א), בהפרש של שבוע. במפגש הראשון צפו כל המשתתפים בהדגמה זהה של הפרוצדורה המלאכותית. לאחר מכן למדו את הפרוצדורה בהתאם לשיטת ההוראה שאליה הוקצו, ובסיום הלמידה פתרו שתי פרוצדורות. שבוע לאחר מכן התקיים המפגש השני. בתחילתו מילאו המשתתפים את שאלון המחקר, ולאחר מכן

פתרו שתי פרוצדורות נוספות, ללא הוראה או תרגול נוספים. כלומר, שתי הקבוצות עברו את אותו תהליך, כאשר ההבדל היחיד ביניהן היה באופן שבו התבצע שלב הלמידה.

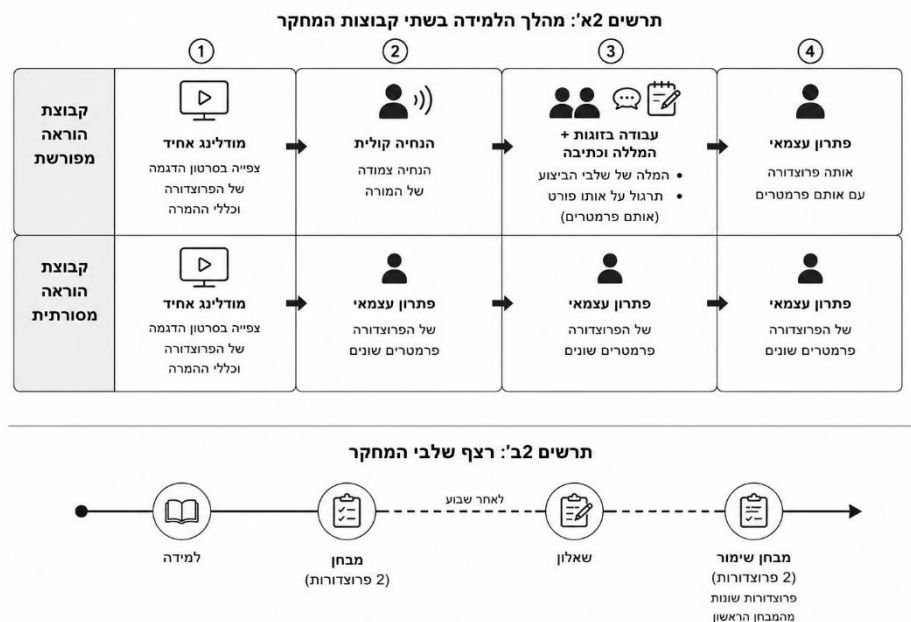
3.3 למידה וביצוע של הפרוצדורה

כאמור, בשתי הקבוצות הלמידה החלה בהדגמת הפרוצדורה (מודלינג; הקופסה השמאלית בתרשים 2). המשתתפים צפו בסרטון שבו המורה הסבירה את חוקי ההמרה ולאחר מכן הדגימה את פתרונו של תרגיל אחד. לאחר הצפייה התפצלה הלמידה בין שתי הקבוצות.

בקבוצת ההוראה המפורשת עברו המשתתפים תחילה לפתרון מונחה. כל המשתתפים קיבלו את אותו התרגיל, והמורה הנחתה אותם, צעד אחר צעד, מה לכתוב ובאיזה מקום. המשתתפים כתבו את הפתרון בהתאם להנחיותיה, מבלי להחליט בעצמם מהו הצעד הבא. בכל פעם שהמורה הנחתה לכתוב את תוצאתו של חוק המרה, היא ציינה גם את החוק שעל פיו פעלו. לדוגמה: "כאן יש שתי ספרות זהות, 3 ו-3, לכן בשורת התשובה נכתוב 1". לאחר מכן פתרו המשתתפים את אותו התרגיל בזוגות. אחד מבני הזוג הקריא בקול את שלבי הפתרון, והשני כתב אותם על הדף, ולאחר השלמת התרגיל התחלפו בתפקידים. בשלב האחרון פתר כל משתתף את אותו התרגיל באופן עצמאי.

בקבוצת ההוראה המסורתית, לאחר ההדגמה הראשונית הזו שניתנה בקבוצת ההוראה המפורשת, עברו המשתתפים ישירות לתרגול עצמאי של הפרוצדורה. במהלך התרגול פתרו המשתתפים תרגילים שבהם השתנו הפרמטרים, ללא תרגול מונחה של שלבי הביצוע, ללא דרישה להמללת השלבים וללא עבודה בזוגות. המשתתפים בדקו את פתרונותיהם באופן עצמאי מול הפתרון שהוצג.

בשתי הקבוצות ניתנו אותם תרגילי מבחן. המבחן שנערך מיד לאחר הלמידה כלל שני תרגילים שלא הופיעו במהלך הלמידה, והמבחן שנערך שבוע לאחר מכן כלל שני תרגילים נוספים, שונים הן מהתרגילים שנלמדו והן מהתרגילים שהופיעו במבחן הראשון. בכל אחת משתי נקודות המדידה פתרו המשתתפים בשתי הקבוצות את אותם תרגילי המבחן.



תרשים 2. מציג את מהלך המחקר. חלק א' מתאר את רצף הלמידה בשתי קבוצות המחקר, החל משלב המודלינג המשותף ועד לסיום שלבי התרגול בכל אחת משיטות ההוראה. חלק ב' מציג את רצף שלבי המחקר לאורך שני מפגשים: במפגש הראשון התקיימו הלמידה והמבחן

3.4 שאלון

השאלון נועד לאסוף נתונים על היבטים רגשיים ומטא־קוגניטיביים של תהליך הלמידה (טבלה 2). השאלון פותח לצורכי המחקר הנוכחי ואינו מבוסס על כלי מדידה קיים או מתוקף; לפיכך, הנתונים שנאספו באמצעותו משמשים לתיאור עמדותיהם והערכותיהם הסובייקטיביות של המשתתפים, ולא כמדדים פסיכומטריים מתוקפים. השאלון הועבר לכלל המשתתפים במפגש השני, לפני ביצוע מדידת השימור, במטרה לתעד את עמדותיהם והערכותיהם טרם ביצוע המטלה החוזרת. לכל פריט ניתנה תשובה בסולם בן ארבע דרגות, מ־1 (בכלל לא) עד 4 (במידה רבה).

טבלה 2. הפריטים בשאלון

מטרה	הפריט
חוויית הלמידה	עד כמה נהנית לפתור את האלגוריתם?
הערכה עצמית	הערך עד כמה טוב היית בתהליך הלמידה?
מוטיבציה להמשך השתתפות	האם אתה תרצה להשתתף במחקר דומה בעתיד?
חיזוי רמת ההצלחה	הערך את מידת ההצלחה שחל בשני התרגילים הבאים

3.5 ניתוח הנתונים

ניתוחים הסטטיסטיים בוצעו באמצעות תוכנת SPSS (גרסה 29), ובאמצעות שפת R עבור מבחני יחס הנראות והמבחן הבייסיאני. מדדי הדיוק והטעויות נותחו באמצעות מודלים מעורבים כלליים (GLMM) עם פונקציית קישור לוגיסטית, המתאימים למשתנה תלוי בינארי. המשתתף שימש גורם אקראי, והמשתנה הבלתי תלוי העיקרי היה שיטת ההוראה (גורם בין-נבדקי). בניתוחים הרלוונטיים נוספו כגורמים תוך-נבדקיים מועד המדידה וסוג הצעד בפרוצדורה (סידור לעומת המרה). כדי לבדוק את מובהקותו של גורם מסוים, השווינו באמצעות מבחן יחס נראות (log likelihood ratio test) את המודל המלא למודל שממנו הוחסר אותו גורם. תוצאת המבחן היא ערך חי בריבוע (χ^2) חד-צדדי. כאשר הדבר רלוונטי, דווח על יחס הסיכויים (Odds Ratio) ורווח בר-הסמך שלו. כל שאר המבחנים המדווחים הם דו-צדדיים. בקבוצת ההוראה המפורשת נבחן שיעור ההצלחה ביחס לתקרה (100%) באמצעות מבחן t בייסיאני חד-מדגמי, ותוצאתו מדווחת כגורם בייס (BF). המשתנים הרגשיים והמוטיבציוניים, שנמדדו בסולמות ליקרט אורדינליים (הנאה, תפיסת מסוגלות ומוטיבציה), נותחו באמצעות רגרסיה לוגיסטית אורדינלית (Ordinal Logistic Regression), המתאימה למבנה למבנה הסדר של משתנים אלה. עבור כל משתנה נבחנה הנחת קווי הרגרסיה המקבילים (Test of Parallel Lines). משתנים בינאריים ברמת המשתתף, ובפרט שיעורי הנשירה, הושוו בין הקבוצות באמצעות מבחן חי-בריבוע (χ^2). הקשר בין המדדים הרגשיים לבין הדיוק נבחן באמצעות מתאם פירסון.

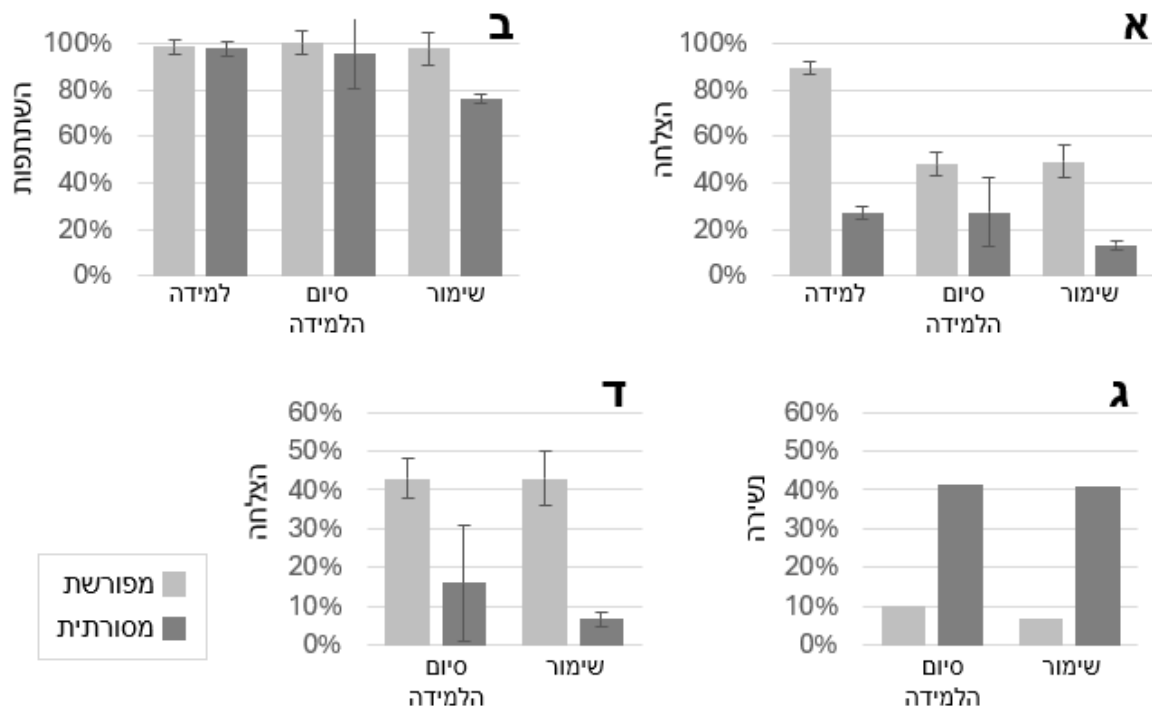
4 תוצאות

4.1 השפעת שיטת ההוראה על ביצועי הלומדים

4.1.1 ביצועים כלליים

ראשית, השווינו את ביצועי הלומדים בין שתי שיטות ההוראה. שיעור הפריטים שנפתרו נכון (מתוך הפריטים שבוצעו) היה משמעותית גבוה יותר בקבוצת ההוראה המפורשת. כך היה גם במבחן שנערך בסיום הלמידה וגם במבחן השימור כשבוע לאחר מכן (תרשים 1א). ניתוח הדיוק בכל פריט באמצעות GLMM עם שיטת ההוראה כגורם בין-נבדקי, הראה שההבדל בין השיטות היה מובהק בשני מועדי המדידה: בסיום הלמידה, $\chi^2(1) = 6.37, p = .01, OR = 2.36$. במבחן השימור, $\chi^2(1) = 14.23, p < .001, OR = 6.84, 95\% CI [2.34, 19.99]$. ממצא חשוב הוא שהפער בין שתי שיטות ההוראה לא הצטמצם, אלא התרחב (מ-20.5% בסיום הלמידה ל-36.3% במבחן השימור).

סטטיסטית, הבדל זה השתקף בכך שהאינטראקציה בין שיטת ההוראה לשלב המדידה הייתה מובהקת ($\chi^2(2) = 28.65, p < .001$). כלומר, הידע שנרכש בהוראה מפורשת נשמר טוב יותר מן הידע שנרכש בהוראה מסורתית. ניתוח מעמיק יותר של הסיבה לפער הזה העלה שבקבוצת ההוראה המפורשת כמעט לא חל שינוי בין סיום הלמידה למבחן השימור (47.8% ו-48.9%, בהתאמה, $\chi^2(1) = 0.01, p = .90$). לעומת זאת, בקבוצת ההוראה המסורתית חלה ירידה מובהקת בין סיום הלמידה למבחן השימור (מ-28.6% ל-14.9%, $\chi^2(1) = 7.47, p = .006$).



תרשים 3. מדדי תפקוד שונים, בחלוקה לפי שיטת הוראה ושלב הלמידה: (א) שיעור ההצלחה מתוך הפריטים שבוצעו; קווי השגיאה מייצגים רווח סמך של 95% (ב) שיעור הביצוע; (ג) שיעור המשתתפים שנשרו, בין אם נשירה גלויה או סמויה; ו-(ד) שיעור ההצלחה מתוך כלל הפריטים שתוכננו לכל משתתף שהתחיל את המחקר (כולל פריטים שלא הועברו בגלל נשירה). היתרון של ההוראה מפורשת השתקף בכל המדדים. כאומדן לרמת הידע, מדד (א) הוא השמרני ביותר מבחינת האפקט של ההוראה מפורשת, ומדד (ד) הוא ה"אופטימי" ביותר.

4.2 נשירה מהמחקר

בקבוצת ההוראה המסורתית, המשתתפים לא רק טעו יותר בתרגילים שביצעו, אלא גם נטו לוותר מראש על חלק מהתרגילים ולהשאיר את הדף ריק, תופעה שקראנו לה "נשירה סמויה". הנשירה הסמויה בקבוצת ההוראה המסורתית (40.9% מהמשתתפים לא השלימו את כל הפריטים) הייתה גבוהה מאשר בקבוצת ההוראה המפורשת (6.7%, $\chi^2(1) = 15.68, p < .001$). בנוסף, משתתפים רבים נשרו באופן גלוי מהמחקר, ובסיום שלב הלמידה לא הסכימו להמשיך במחקר. גם כאן, שיעור הנשירה הגלויה עמד על 41.3% בקבוצת ההוראה המסורתית (31 מתוך 75) לעומת 10% בלבד בקבוצת המפורשת (5 מתוך 50), $\chi^2(1) = 15.87, p < .001$. בחינה משולבת של שני סוגי הנשירה הראתה הבדלים גדולים בין הקבוצות (תרשים 1ג). הנשירה הגבוהה בקבוצת ההוראה המסורתית יכולה להיות ביטוי התנהגותי לחוסר ידע, עומס או לתסכול, היבטים שיידונו בהמשך.

שיעורי הנשירה הגבוהים, וההבדלים הגדולים בנשירה גלויה וסמויה בין הקבוצות, משליכים גם על האופן בו יש להבין את נתוני ההצלחה שתוארו בפרק הקודם (תרשים 3א). נתוני ההצלחה מבוססים על תת-קבוצה מצומצמת של

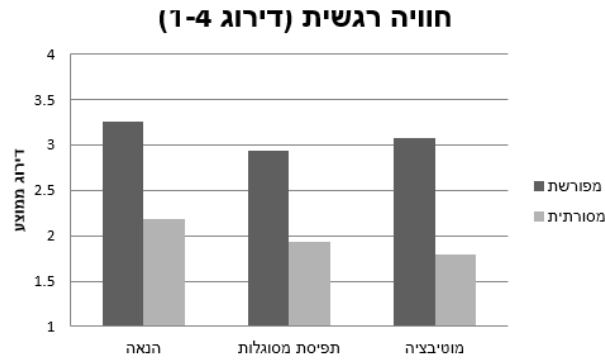
משתתפים שהתמידו, ולפיכך סביר שהם מציגים תמונה מיטיבה ביחס לקבוצה כולה. השערה סבירה היא שהנושרים, אילו ביצעו את התרגילים, לא היו מצליחים מאד, אם בכלל. משמעות ההבדלים הגדולים בנשירה בין הקבוצות היא שהתמונה בתרשים 3א כנראה לא רק מיטיבה מדי באופן כללי, אלא גם פסימית מדי לגבי האפקטיביות של הוראה מפורשת. אם ניקח בחשבון את כל המשתתפים והפריטים, כולל אלה שלא בוצעו (עבורם הציון לכל פריט יוגדר כ-0), ההבדלים גדולים עוד יותר (תרשים 3ד). לפי המדד המשוקלל הזה, במבחן השימור היה פער עצום בין הקבוצות: שיעור ההצלחה בקבוצת ההוראה המפורשת היה פי 6.4 מקבוצת ההוראה המסורתית. יתרה מכך, הפער בין הקבוצות התרחב עם הזמן: מפער של 27% בסיום הלמידה עד 36.3% במבחן השימור. גם כאן, תרשים 3ד מראה בבירור שבעוד בקבוצה המפורשת שיעור ההצלחה נשאר יציב בין שני המועדים (43% בסיום הלמידה ובמבחן השימור), בקבוצה המסורתית חלה ירידה בין מבחן הסיום למבחן השימור (מ-16% ל-6.7%).

שני מדדי הביצוע שתיארנו כאן עשויים להיות מוטעים, כל אחד בכיוון הפוך. המדד הבסיסי (תרשים 3א), אחוז ההצלחה מתוך הפריטים שבוצעו, מוטה לטובת ההוראה המסורתית כיוון שהוא לא לוקח בחשבון את הנשירה. כאמור, סביר להניח שהנושרים הם המתקשים יותר, והתעלמות מהם יוצרת הטיה לטובת הקבוצת ההוראה המסורתית. כלומר, האומדן בתרשים 3א הוא כנראה אומדן שמרני של הפער האמיתי. לעומת זאת, המדד האינטגרטיבי בתרשים 3ד עלול להיות מוטה נגד ההוראה המסורתית, כי הוא מניח שאילו הנושרים לא נשרו, הם לא היו מצליחים באף פריט. במובן זה, אפשר לראות את שני המדדים האלה כמדגירים את הטווח שבתוכו נמצא גודל האפקט האמיתי. עם זאת, למרות שהמדד האינטגרטיבי עלול להיות מוטה ככלי להערכת ידע, הוא כן משקף באופן מהימן את ההתמודדות בפועל, כיוון שהוא דומה לסיטואציות אקדמיות אמיתיות: כדי להצליח, צריך לא רק לבצע את המשימה היטב, אלא גם מראש לבחור לבצע אותה ולא להימנע.

4.3 חוויה רגשית

החוויה הרגשית והמוטיבציונית של הלומדים נבדקה בשלושה פריטים שהופיעו בשאלון בסיום המחקר, והתייחסו להנאה מהמשימה, תפיסת המסוגלות העצמית, והמוטיבציה להשתתף במשימה דומה בעתיד. כל הפריטים דורגו בסולם ליקרט 1-4, לכן הנתונים נותחו באמצעות רגרסיה לוגיסטית אורדינלית (Ordinal Logistic Regression) עם שיטת ההוראה כמנבא יחיד. יחס הסיכויים (OR) מבטא את הסיכוי לדווח דירוג גבוה יותר בקבוצת ההוראה המפורשת ביחס להוראה המסורתית. בשלושת ההיבטים נמצא יתרון ניכר לקבוצת ההוראה המפורשת (תרשים 4):

בשלושת ההיבטים נמצא יתרון מובהק לקבוצת ההוראה המפורשת. בהנאה מן המשימה נמצא כי למשתתפים בקבוצה זו היה סיכוי גבוה פי 13.4 לדווח על דירוג גבוה יותר בהשוואה לקבוצת ההוראה המסורתית, $\chi^2(1) = 32.42, p < .001$, OR = 13.40, 95% CI [4.99, 35.98]. בתפיסת המסוגלות העצמית נמצא סיכוי גבוה פי 11.8 לדווח על דירוג גבוה יותר, $\chi^2(1) = 29.39, p < .001$, OR = 11.79, 95% CI [4.43, 31.38]. דומה בעתיד נמצא כי הסיכוי לדווח על דירוג גבוה יותר היה גבוה פי 8.8 בקבוצת ההוראה המפורשת בהשוואה לקבוצת ההוראה המסורתית, $\chi^2(1) = 24.60, p < .001$, OR = 8.76, 95% CI [3.55, 21.61]. ממצאים אלה מצביעים על כך שהשפעתה של ההוראה המפורשת אינה מתבטאת רק בביצועי הלמידה, אלא גם בחוויית הלמידה.



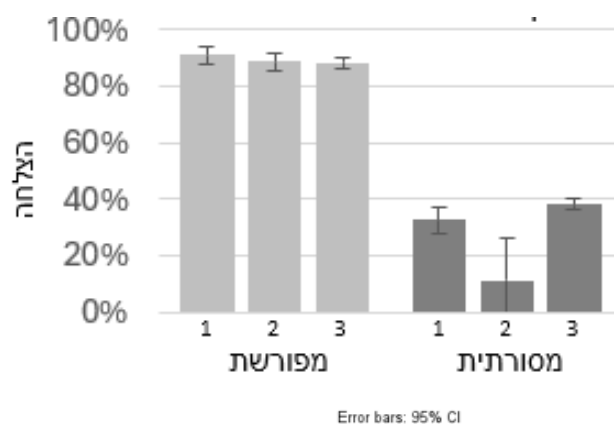
תרשים 4. דירוג היבט רגשי, לפי שיטת ההוראה.

בנוסף, בדקנו את הקשר בין שלושת המדדים הרגשיים לבין הדיוק. במבחן השימור נמצא קשר חיובי מובהק בין הדיוק לבין שלושת המדדים: הנאה (Pearson $r = .34$, one-tailed $p = .003$), תפיסת מסוגלות ($r = .50$, one-tailed $p < .001$), ומוטיבציה ($r = .33$, one-tailed $p = .004$). בסיום הלמידה הקשרים היו חלשים יותר, ומבין שלושת המדדים רק המוטיבציה נמצאה מובהקת ($r = .24$, one-tailed $p = .03$); ההנאה ($r = .13$, one-tailed $p = .24$) ותפיסת המסוגלות ($r = .11$, one-tailed $p = .33$) לא התקרבו למובהקות. עם זאת, מכיוון שהקבוצות נבדלות זו מזו הן במדדים הרגשיים והן בדיוק, נבחן הקשר גם בתוך כל קבוצה בנפרד. בבחינה זו נותר קשר מובהק בין תפיסת המסוגלות לדיוק בשתי הקבוצות (מפורשת - $r = .43$, $p = .006$; מסורתית - $r = .38$, $p = .02$) ואילו הקשרים של ההנאה ושל המוטיבציה נחלשו ולא הגיעו למובהקות.

4.4 מדוע ההוראה המפורשת עובדת טוב יותר?

4.4.1 הוראה מפורשת מונעת טעויות בשלב הלמידה

כדי להבין כיצד התפתח היתרון של ההוראה המפורשת, נבחן תחילה שלב הלמידה עצמו. אחת המטרות של הוראה מפורשת היא למנוע טעויות כבר בתהליך הלמידה, הן כדי לשמר מוטיבציה והן כדי למנוע התאמנות על ביצוע שגוי ובכך משפרת את הלמידה וההישגים (Mathews & Cohen, 2022). הממצאים מראים שהמטרה הזאת אכן הושגה. ההבדל ברמת הדיוק בין הקבוצות ניכר כבר בשלב הלמידה: בקבוצת ההוראה המפורשת שיעור ההצלחה הממוצע היה גבוה מאד (89.3%, תרשים 5) ויצב לאורך 3 סבבי הלמידה, ואילו בקבוצת ההוראה המסורתית הוא היה נמוך בהרבה (26.9%) ותנודתי יותר. ההבדל נבחן Linear mixed model, על הדיוק של פריטי שלב הלמידה (רק הפריטים שבוצעו), עם שני גורמים קטגוריאליים: שיטת ההוראה וסבב התרגול. **בניתוח הסטטיסטי שנערך** נמצא אפקט עיקרי מובהק וחזק של שיטת ההוראה. $\chi^2(1) = 71.09$, $p < .001$.



תרשים 5. שיעור הפריטים עם תשובה נכונה בשלב הלמידה בלבד, לאורך שלושת סבבי התרגול, לפי שיטת ההוראה. קווי השגיאה מייצגים רווח בר-סמך של 95%.

4.4.2 ניטור עצמי

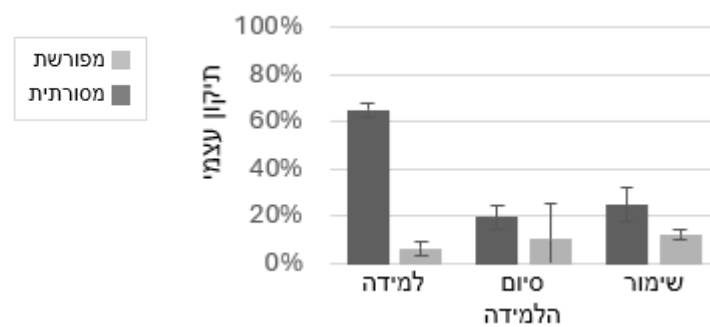
ניטור עצמי מתייחס ליכולת לזהות שגיאה במהלך הביצוע, בעוד שתיקון עצמי מתייחס ליכולת לתקן אותה לאחר הזיהוי. מדד ההצלחה משקף את התוצאה הסופית של הפריט, ואילו מדד הטעויות מתאר את תהליך הביצוע. לכן ייתכן ששני משתתפים יסיימו פריט בתשובה נכונה, אך אחד מהם יגיע אליה ללא טעויות ואילו האחר לאחר זיהוי ותיקון של טעויות במהלך הפתרון. הניתוח נערך ברמת הפריט (GLMM לוגיסטי), בהתאמה לניתוח הדיוק.

טבלה 3. שיעור הפריטים עם טעות, לפי שיטת ההוראה ושלב המדידה

שלב	מפורשת	מסורתית	OR	χ^2	p
למידה	30.1%	71.3%	0.12	33.21	<.001
סיום הלמידה	62.2%	69.3%	0.78	0.55	0.44
מבחן השימור	63.5%	64.6%	1.07	0.02	0.88

שיעור הטעויות בשלב הלמידה היה נמוך בהרבה בקבוצת ההוראה המפורשת (טבלה 3), $\chi^2(1) = 33.21$, $p < .001$. לעומת זאת, בשלבי המבחן לא היה הבדל בין הקבוצות, לא בסיום הלמידה ($\chi^2(1) = 0.55$, $p = .44$), ולא בשימור ($\chi^2(1) = 0.02$, $p = .88$). כלומר שתי הקבוצות נתקלו בקשיים וטעו בשכיחות דומה, והיתרון של קבוצת ההוראה המפורשת בהצלחה הסופית (תרשים 5) לא נבע מהבדל בשכיחות הקושי אלא מאופן ההתמודדות עימו: המשתתפים שלמדו בהוראה מפורשת הצליחו להתגבר על הטעות, לתקן אותה ולהגיע לתשובה הסופית הנכונה. אכן, כשהתמקדו רק בפריטים שנעשתה בהם טעות, שיעור הפריטים שהסתיימו בכל זאת בתשובה נכונה היה גבוה משמעותית בקבוצה המפורשת (33.6% לעומת 8.9%, $\chi^2(1) = 27.07$, $p < .001$, $OR = 5.12$). כלומר, יכולת ניטור ותיקון עצמי, ולא מניעה מוחלטת של הטעות, היא ההסבר מרכזי לפער בהצלחה הסופית בשלב הלמידה.

פירוק לפי שלב (תרשים 6) מראה שהיתרון בשיעור התיקון העצמי היה בולט במיוחד בשלב הלמידה (65.0% לעומת 6.5%, $\chi^2(1) = 46.28$, $p < .001$). בשלבי המבחן, ההבדל לא היה מובהק, אם כי המגמה נשמרה (בסיום הלמידה 19.6% לעומת 10.5%, $\chi^2(1) = 0.24$, $p = .63$; במבחן השימור, 25.0% לעומת 12.2%, $\chi^2(1) = 2.47$, $p = .12$). עם זאת, בחינה ממוקדת של צעדי ההמרה, שהם הליבה הקשה של המשימה, מחדדת את התמונה. בניגוד לרמת הפריט כולו, שם שיעור הטעות במבחן היה דומה בשתי הקבוצות, בצעדי ההמרה נמצא הבדל ברור. כאן, יחידת המדידה כבר לא היתה פריט שלם אלא כל צעד המרה (כל שורה בטבלה בתרשים 6). שיעור הטעויות היה נמוך משמעותית בקבוצת ההוראה המפורשת (25.6% לעומת 46.1%, $\chi^2(1) = 16.61$, $p < .001$, $OR = 0.31$).



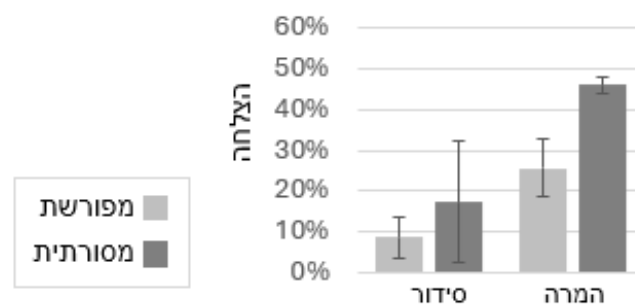
תרשים 6. שיעור התיקון העצמי לפי שלב, מתוך הפריטים השגויים, לפי שיטת ההוראה.

4.5 מה האתגרים בלמידת הפרוצדורה?

שני הפרקים הקודמים עסקו בהבדלים בין שיטות ההוראה. הפרק הנוכחי מפנה את המבט אל המשימה עצמה, ובוחן מהם המרכיבים הקשים ביותר ברכישת הפרוצדורה, ללא תלות בשיטת ההוראה. הבנת מוקדי הקושי עשויה לסייע להסביר היכן נדרש במיוחד התיווך של הוראה מפורשת.

4.5.1 סוגי הפעולות: סידור לעומת המרה

הפרוצדורה שנבחנה כוללת שני סוגי פעולות: סידור, שהוא סידור של סדרת הספרות, והמרה, שהיא יישום של קבוצת חוקים על סדרת ספרות. ניתוח זה נערך ברמת הצעד ולא ברמת הפריט. לכל צעד נקבע אם היה שגוי או תקין, והנתונים נותחו באמצעות GLMM על ההצלחה בכל צעד עם הנבדק כגורם אקראי, שיטת ההוראה כגורם בין-נבדקי וסוג הצעד כגורם תוך-נבדקי. שיעורי השגיאה מוצגים בתרשים 7.



תרשים 7. שיעור הצעדים השגויים לפי סוג הצעד ושיטת ההוראה. להוראה מפורשת היה יתרון גם בצעדי ההמרה וגם בצעדי הסידור.

נמצא אפקט מובהק לשיטת ההוראה, $\chi^2(1) = 19.97, p < .001$, ואפקט מובהק לסוג הצעד, $\chi^2(1) = 219.32, p < .001$. האינטראקציה בין השניים לא הגיעה למובהקות, $\chi^2(1) = 2.27, p = .13$.

ראשית, צעדי ההמרה היו קשים משמעותית מצעדי הסידור בשתי הקבוצות (בקבוצה המפורשת מ-8.6% ל-25.6%, ובקבוצה ההוראה המסורתית מ-17.2% ל-46.1%), כך שהקושי בצעדי ההמרה אינו ייחודי לשיטת ההוראה מסוימת. שנית, ההוראה המפורשת הפחיתה את שיעור השגיאות בשני סוגי הצעדים, הן בצעדי הסידור, $\chi^2(1) = 10.96, p < .001$, והן בצעדי ההמרה, $\chi^2(1) = 16.61, p < .001$. מבחינה תיאורית, הפער בין הקבוצות היה גדול יותר בצעדי ההמרה (20.5 נקודות אחוז) מאשר בצעדי הסידור (8.6 נקודות אחוז), אף שהאינטראקציה בין שיטת ההוראה לסוג הצעד לא הייתה מובהקת סטטיסטית. ממצא זה מלמד כי יתרונה של ההוראה המפורשת אינו מוגבל רק למרכיב המורכב יותר של הפרוצדורה, אלא ניכר גם במרכיב הפשוט יותר. העובדה שצעדי הסידור היו קלים יותר מצעדי ההמרה אינה מפתיעה, אולם הממצא המעניין הוא שההוראה המפורשת הפחיתה את שיעור השגיאות גם בשלב הפשוט יחסית של הסידור, ולא רק בצעדי ההמרה, שהם המרכיב התובעני יותר של הפרוצדורה.

5 דיון

5.1 יתרונות ההוראה המפורשת

בפרשנות הממצאים חשוב להדגיש כי תנאי "ההוראה המפורשת" במחקר הנוכחי כלל התערבות הוראתית ייחודית, שהתבססה על עקרונות ההוראה המפורשת ושילבה רכיבים פדגוגיים משלימים, ובהם קידוד כפול ווריאציה מבוקרת. לפיכך, היתרונות שנמצאו במחקר מיוחסים בשלב זה להתערבות כמכלול, ואין במערך המחקר הנוכחי כדי לקבוע איזה מן הרכיבים, או איזה שילוב ביניהם, אחראי לאפקט שנמצא.

5.1.1 אפקטיביות ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת

הממצא המרכזי של המחקר הנוכחי היה שקבוצת ההוראה המפורשת הצליחה במספר גדול יותר של תרגילים ועשתה פחות טעויות מקבוצת ההוראה המסורתית. יתרון זה בא לידי ביטוי במדידה שנערכה מיד בתום ההתערבות, וחשוב לא פחות, גם במבחן שנערך אחרי שבוע, ללא הוראה או תרגול נוספים במהלך אותו שבוע. מבחינה פרקטית, מבחן השימור הוא המבחן הקריטי, כי הוא משקף את הידע שנשמר לאורך זמן.

ממצא נוסף, שלא צפינו מראש, היה ההבדל בין הקבוצות בשיעור הנשירה הגלויה, כלומר משתתפים שפרשו בסיום הלמידה, לפני המבחנים, והנשירה הסמויה, כלומר משתתפים שנותרו נוכחים אך חדלו להשתתף באופן פעיל במשימות הלמידה. שיעורי הנשירה היו גבוהים בערך פי 4 בקבוצת ההוראה המסורתית בהשוואה לקבוצת ההוראה מפורשת. כתוצאה מכך, ב"מדד האינטגרטיבי" המשוקלל, שלוקח בחשבון גם את הנשירה וגם את שיעור ההצלחה בתרגילים שבוצעו, שיעור ההצלחה בקבוצת ההוראה המפורשת היה גבוה בערך פי 6 מקבוצת ההוראה המסורתית.

נוסף על כך, נמצאו יתרונות לקבוצת ההוראה המפורשת גם במדדים נוספים המתארים את תהליך הרכישה, ובהם שיעור הפריטים שבוצעו ללא טעויות, תיקון עצמי, שימוש בניטור עצמי, שימוש באסטרטגיות זיכרון וניהול ויזואלי-מרחבי, חוויית הלמידה ומוטיבציה. ממצאים אלה יידונו בהרחבה בהמשך.

שילוב הממצאים האלה מראה באופן ברור שהוראה מפורשת אפקטיבית יותר מההוראה המסורתית. שאלה פתוחה היא מי מבין מרכיבי ההוראה המפורשת בהם השתמשנו כאן, שתוכננו בהתאם לעקרונות של Rosenshine (2012), תרם לאפקטיביות הזאת. העקרונות שנבדלו בין 2 הקבוצות היו שלב תרגול מודרך עם קישור מפורש בין הדוגמה לחוק המתאים; חזרה על אותו תרגיל שוב ושוב בשלב התרגול העצמי; המללה מפורשת של החוקים ע"י הלומד בזמן התרגול; הפרדה בין תמלול לביצוע; ולמידת עמיתים. כמובן, ייתכן שיתרונה של ההוראה המפורשת לא נבע מרכיב הוראתי יחיד, אלא משילוב של כמה גורמים, ואפילו מאינטראקציה ביניהם, כלומר האופן שבו עוצב תהליך הלמידה כמכלול. במחקר ההמשך של המחקר הנוכחי, נבקש להבחין בין מרכיבים אלה במטרה להגדיר באופן מדויק יותר מהי הוראה מפורשת.

5.1.2 תרומת ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת ללמידת פרוצדורות

ממצאי המחקר הנוכחי עולים בקנה אחד עם הספרות המחקרית, המצביעה על יתרונותיה של ההוראה המפורשת ברכישת מיומנויות וידע פרוצדורלי (Archer & Hughes, 2011; Rosenshine, 2012). תרומתו של המחקר הנוכחי היא בכך שהדגים יתרון זה בתחום המתמטי, ספציפית לגבי רכישת ידע פרוצדורלי של אלגוריתם חדש. אף שהמחקר השווה בין שתי שיטות הוראה בלבד, ההבדלים המשמעותיים שנמצאו, רמת הצלחה גבוהה פי 3.7 בקבוצת ההוראה המפורשת בהשוואה לקבוצת ההוראה המסורתית במבחן השימור שנערך שבוע לאחר ההתערבות, מצביעים על אפקטיביות גבוהה של הוראה מפורשת. בהקשר זה חשוב להדגיש כי קבוצת ההוראה המסורתית לא היתה קבוצת ביקורת חלשה ("איש קש"), אלא תוכננה לייצג הוראה איכותית המקובלת בשדה. מבנה ההוראה בקבוצה זו גובש לאחר התייעצויות עם מורי מתמטיקה מנוסים, במטרה לשקף ככל האפשר את הסף העליון של הפרקטיקה המקובלת ואף למעלה מכך.

תרומה נוספת של המחקר נובעת מן השימוש בפרוצדורה מלאכותית, שאיפשר לבודד את תהליך רכישתו של הידע הפרוצדורלי מהשפעתם של ידע מתמטי קודם, משמעות סמנטית, מיומנויות חישוב ואסטרטגיות פתרון מוכרות. המתודולוגיה הזאת מאפשרת לנו לייחס את הממצאים באופן ישיר יותר לרכישת הפרוצדורה עצמה, ולא לגורמים מתערבים. כך האפשר לבחון את רכישתו של ידע פרוצדורלי באופן ממוקד, ואף להרחיב את ההבנה של תהליכי למידה פרוצדורליים מעבר להקשר של אלגוריתמים מתמטיים מוכרים (Hiebert & Lefevre, 1986; Rittle-Johnson & Schneider, 2015).

5.2 הוראה מפורשת ככלי למניעת נשירה

ממצא לא צפוי היה שיעור הנשירה היה נמוך בהרבה בקבוצת ההוראה המפורשת מבקבוצת ההוראה המסורתית. נראה שההתערבות המבוססת על עקרונות ההוראה המפורשת יצרה תנאים מיטביים שאפשרו ללומדים להשתתף באופן פעיל ולהתמיד בתהליך הלמידה כבר מראשיתו. לומדים המתקשים להתמודד עם משימה חדשה עלולים להימנע מן ההתנסות הראשונית, ובכך לאבד גם את ההזדמנות לתרגל, לקבל משוב, לתקן טעויות ולבסס את הידע הנרכש. לעומת זאת, כאשר ההוראה מספקת הכוונה ברורה ותמיכה הדרגתית באמצעות הדגמה, שאלות מכוונות, המללה, תרגול מונחה ומשוב, היא עשויה להפחית את תחושת אי-הוודאות ולעודד השתתפות פעילה כבר בשלבי הלמידה הראשונים. במובן זה, שיעורי הנשירה הנמוכים אינם תוצר נלווה של ההוראה המפורשת, אלא אחד ממאפייניה המרכזיים.

נקודה קריטית היא שנשירה היא לא רק הפסקה של ההשתתפות באופן טכני. זהו מדד התמדה שעשוי לשקף הבדלים עמוקים במידת המעורבות הפעילה של הלומדים במהלך ההתערבות. ההבדלים האלה חשובים כי השתתפות פעילה והתמדה בתהליך הלמידה הן מנבאים מרכזיים של הישגים ושל המשך ההתקדמות בלמידה לאורך זמן, **באופן עקבי ומשמעותי** (Reeve, 2018; Fredricks, 2023; Li et al., 2023). להבדלים בשיעורי הנשירה/התמדה עשויה להיות משמעות חינוכית רחבה. לומד שאינו משתתף באופן פעיל בתהליך הלמידה מאבד הזדמנויות להתנסות, לקבל משוב ולבסס את הידע הנרכש, בעוד שהתמדה בלמידה מאפשרת צבירת ניסיון, הצלחות וביסוס הדרגתי של הידע הפרוצדורלי. השתתפות פעילה והתמדה עשויות להוות תנאי מקדים לרכישה איכותית של ידע פרוצדורלי.

הראשוניים של ידע פרוצדורלי, היציבות בתנאי הלמידה חשובה יותר משונות וגיוון, אולי משום שהיא מאפשרת לבסס תחילה את רצף הפעולות התקין, שעל בסיסו ניתן בהמשך להרחיב, להכליל ולהתמודד עם מצבים מגוונים יותר.

5.3.2 ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת וניטור עצמי

ממד נוסף של איכות הרכישה נוגע ליכולת הניטור במהלך ביצוע הפרוצדורה ולתיקון העצמי בעקבות זיהוי טעות. ניטור מתייחס ליכולתו של הלומד לעקוב אחר ביצועיו, לזהות חריגה מן הרצף או מן הכללים ולבחון את תקינות הפעולה, ואילו תיקון עצמי מתייחס לפעולה המבוצעת בעקבות זיהוי הטעות. הבחנה זו חשובה, משום שזיהוי טעות כשלעצמו אינו בהכרח מוביל לשיפור; מחקרים מצביעים על כך שהתרומה ללמידה עשויה להיות משמעותית יותר כאשר זיהוי הטעות מלווה בתיקון עצמי ובפעולות של ויסות עצמי (Middleton et al., 2022; Zamora et al., 2018). בהתאם לכך, במחקר הנוכחי תיקון עצמי מוצלח עשוי לשמש אינדיקציה התנהגותית לתהליך ניטור פעיל, שבו הלומד לא רק מבצע את רצף הפעולות, אלא גם עוקב אחר ביצועו, מזהה חריגה ומסוגל להתערב בו כדי להשיב את הביצוע למסלול התקין. עם זאת, מאחר שתהליכי הניטור עצמם לא נמדדו באופן ישיר, יש לפרש את התיקון העצמי כאינדיקציה אפשרית לניטור ולא כמדד ישיר שלו.

ממצא בולט נוסף המשקף את תהליך הלמידה היה השיעור הגבוה יותר של תיקון עצמי בקבוצת ההוראה המפורשת: בקבוצה זו, כאשר המשתתפים טעו, במקרים רבים הם זיהו את הטעות בעצמם ותיקנו אותה. למעשה, בשני המבחנים (בסוף הלמידה ובמבחן השימור), יתרון ההוראה המפורשת לא נבע מכך שעשו פחות טעויות בקבוצה זו, אלא מיכולת טובה יותר לזהות ולתקן את הטעות כאשר זו התרחשה.

הבדלים בתיקון העצמי בין הקבוצות מעלים את השאלה מה אפשר למשתתפי קבוצת ההתערבות לזהות טעויות ולהגיב להן במהלך הביצוע. אפשרות אחת היא שההתערבות תרמה לבניית ייצוג פרוצדורלי ברור ומאורגן יותר של רצף הפעולות ושל הכללים המנחים אותו. ייצוג כזה עשוי לספק ללומד מעין נקודת ייחוס פנימית, המאפשרת להשוות בין הפעולה המבוצעת לבין הפעולה המצופה ולזהות חריגה מן הרצף. במובן זה, ידע פרוצדורלי בסיסי ויציב עשוי להוות תנאי המאפשר ניטור: כדי לזהות שפעולה מסוימת אינה תואמת את הפרוצדורה, על הלומד להחזיק תחילה ייצוג כלשהו של האופן שבו הפרוצדורה אמורה להתבצע. נוסף על כך, ייתכן שככל שרצף הפעולות נעשה מאורגן ונגיש יותר, פוחתות הדרישות המוטלות על זיכרון העבודה ומתפנים משאבי קשב שניתן להפנות לבקרה על הביצוע באופן יעיל יותר (Sweller, 2024). עם זאת, מנגנונים אלה לא נמדדו ישירות במחקר הנוכחי, ולכן יש לראות בהם הסברים אפשריים לממצא ולא עדות ישירה לתהליך הקוגניטיבי שהתרחש. הקשר האפשרי בין גורמים רגשיים לבין רכישת ידע פרוצדורלי. הבדלים בין הקבוצות נמצאו לא רק בהצלחת הלומדים ובתפקודם, אלא גם באופן שבו חוו את תהליך הלמידה. משתתפי קבוצת ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת דיווחו על רמות גבוהות יותר של הנאה, תחושת מסוגלות ומוטיבציה בהשוואה לקבוצת ההוראה המסורתית. נוסף על כך, בתוך כל קבוצה נמצאו קשרים בין מדדים אלה של החוויה הרגשית לבין הדיוק בביצוע, בעיקר במבחן השימור.

למרות שהדבר לא נבדק ישירות במחקר, אנו משערים כי החוויה הרגשית המשופרת אינה רק תוצאה אפשרית של ההתערבות, אלא עשויה גם לתרום ללמידה ולהצלחה ולהיות מושפעת מהן. מחקרים רבים מדגישים את תרומתם של רגשות חיוביים, תחושת מסוגלות ומוטיבציה למעורבות, להתמדה ולהישגים בלמידה לאורך זמן ובתחושת הצלחה מתמשכת (Bandura, 1997; Pekrun, 2006, 2021). גם הקשר ההפוך אפשרי: ייתכן שתהליך רכישה שהתאפיין בפחות טעויות, יותר הצלחות ומעורבות מתמשכת הוא שחיצק את תחושת המסוגלות, ההנאה והמוטיבציה. מנגד, הצטברות של טעויות בשלבי הרכישה הראשוניים עשויה להיות מלווה בחוויות רבות יותר של קושי ואי־ודאות, ואף לתרום להפחתת המעורבות ולהפסקת ההשתתפות של חלק מן הלומדים. מנקודת מבט זו, ייתכן כי ההבדלים בשיעורי הנשירה, שהוזכרו לעיל, משקפים, לפחות בחלקם, גם הבדלים באופן שבו הלומדים חוו את תהליך הלמידה.

שאלה מעניינת היא האם להיבטים הרגשיים יש חשיבות מיוחדת דווקא ברכישת ידע פרוצדורלי, יותר מאשר ברכישת סוגים אחרים של ידע מתמטי או ידע בכלל. ידע פרוצדורלי מאופיין בביצוע רצף מוגדר של פעולות, בתלות בין שלבי הפרוצדורה, ובצורך בביצוע מדויק של כל אחד מהם (Hiebert & Lefevre, 1986; Rittle-Johnson et al., 2015). בניגוד לידע מושגי, בו ניתן לעיתים להגיע לפתרון בדרכי חשיבה מגוונות, רכישת ידע פרוצדורלי מחייבת שליטה ברצף

פעולות מוגדר, כך שטעות באחד משלבי הביצוע עלולה ליצור "כדור שלג" שמשפיע על המשך הביצוע ועל התוצאה הסופית. במצב כזה, ה"מחיר" של טעות עשוי להיות גבוה במיוחד, משום שטעות בשלב אחד עלולה להשפיע על השלבים הבאים ועל התוצאה הסופית. גם הכיוון ההפוך עשוי להיות נכון: חוויה רגשית חיובית עשויה לתרום לרכישה של ידע פרוצדורלי. רגשות חיוביים, ובהם הנאה, תחושת מסוגלות ומוטיבציה, עשויים לתמוך בהתמדה, במעורבות ובהקצאת משאבים קוגניטיביים הדרושים לביצוע הפרוצדורה ולהתמדה מול קשיים (Pekrun et al., 2002). בנוסף, ביצוע פרוצדורות מורכבות נשען במידה רבה על משאבים קוגניטיביים, ובראשם זיכרון העבודה, שדרוש לצורך שמירה על רצף פעולות, העברת מידע בין שלבי העיבוד וקבלת החלטות במהלך הביצוע. מחקרים בנושא השפעות רגשיות על תפקוד מתמטי מציעים כי חרדת מתמטיקה עלולה לפגוע בביצוע, בין היתר באמצעות הפרעה לתהליכים קוגניטיביים ולמשאבי זיכרון העבודה הנדרשים לפתרון משימות מתמטיות מורכבות (Chang & Beilock, 2016). עם זאת, הקשר בין חרדת מתמטיקה לבין ביצוע מתמטי עשוי להיות הדדי: ביצוע מתמטי נמוך עלול להגביר חרדה, וחרדה עלולה בתורה לפגוע בביצוע (Carey et al., 2016).

5.4 מה האתגרים בלמידת פרוצדורה?

בשתי הקבוצות, היו יותר טעויות בצעדי ההמרה מאשר בצעדי הסידור. נראה כי עיקר האתגר היה בשלבי ההמרה, שחייבו קבלת החלטות מורכבת יותר ותיאום בין מספר רכיבי מידע. היתרון של קבוצת ההוראה המפורשת נמצא באופן ברור גם בבדיקה ספציפית של הצעדים האלה.

ניתוח מעמיק של דפוסי הטעויות הראה שברוב המקרים, הטעות לא היתה ביצוע שגוי של כלל המרה זה או אחר, אלא בחירה שגויה של כלל וביצוע (תקין) של הכלל הלא־מתאים. מודלים קוגניטיביים של ביצוע פרוצדורות **במהלך פתרון המשימה** (Stocco et al., 2023). מתארים בדרך כלל את הפרוצדורה בתור אוסף של חוקים, כאשר כל חוק מורכב מתנאי, שמגדיר מתי צריך להפעיל את הכלל, ופעולה, שמגדירה מה לעשות כשהחוק מופעל. במקרה שלנו, ניתן לחשוב על כלל המרה כחוק. הממצאים שלנו תואמים את האפשרות שמוקד הקושי היה בבחירת החוק, כלומר בחלק של קבלת ההחלטה להפעיל או לא להפעיל של החוק, בהתאם לתנאי שלו, ופחות בחלק של הפעלת החוק שנבחר. עם זאת, המחקר לא בחן באופן ישיר את תהליכי קבלת ההחלטות במהלך הביצוע, ולכן פרשנות זו נותרת בגדר השערה. לפי הגישה הזאת, הקושי ברכישת פרוצדורה אינו מתמצה בזכירת אוסף של פעולות, אלא ביכולת לארגן אותן לרצף עקבי, שבו כל שלב נשען על קודמו ומשפיע על השלב הבא. אתגר זה דומה למה שתואר בספרות, בתחומי ידע אחרים, כקושי תחבירי. בקושי זה האתגר טמון לא בידיעת המרכיבים הבודדים אלא באופן שבו הם מאורגנים לרצף תקין (Dehaene & Meyniel, 2015; Handelsman & Dotan, 2025).

5.5 השימוש בפרוצדורה מלאכותית והיבטים מתודולוגיים אחרים

אחד ממאפייניו הייחודיים של המחקר הנוכחי היה השימוש בפרוצדורה מלאכותית, שפותחה לצורך המחקר. לפרדיגמה זו היו כמה יתרונות מתודולוגיים. ראשית, היא אפשרה לצמצם במידה ניכרת את השפעתו של ידע מתמטי קודם: כל המשתתפים התמודדו עם פרוצדורה חדשה שלא הייתה מוכרת להם. כך ניתן היה לצמצם את האפשרות שההבדלים בין הקבוצות נבעו מהבדלים ברמת הידע ההתחלתית, ולבחון באופן מבוקר יותר את הקשר בין תנאי ההתערבות לבין הביצוע.

השימוש בפרוצדורה מלאכותית, נטולת משמעות סמנטית, גם צמצם את האפשרות של המשתתפים להסתמך על המשמעות המתמטית של התוכן או על אסטרטגיות פתרון חלופיות המבוססות על ידע מתמטי קודם. לפיכך, הביצוע נשען במידה רבה יותר על הרצף הפרוצדורלי שנלמד, והדבר אפשר לבחון באופן ישיר יותר את רכישת הידע הפרוצדורלי.

יתרון שלישי הוא האפשרות לתכנן את הפרוצדורה באופן מבוקר ומדויק, ללא המגבלות המאפיינות פרוצדורות

מתמטיות רגילות, הכפופות לחוקים מתמטיים נוקשים. במקרה זה, הפרוצדורה תוכננה להתמקד בתהליכים

הפרוצדורליים ללא צורך בביצוע חישובים, ובכך לצמצם עומס קוגניטיבי נוסף הנובע מדרישות חישוביות, כגון עומס

על זיכרון העבודה. כמו כן, ניתן היה לשלוט באופן מדויק יותר במאפייני המשימה ובדרגת המורכבות של כל שלב; לדוגמה, לקבוע באופן גמיש יחסית את מספר הצעדים, מספר החוקים ומידת הדמיון ביניהם.

יתרון רביעי הוא שבזכות השימוש בפרוצדורה מלאכותית, שאינה מתבססת על ידע מתמטי קודם, ניתן היה לערוך את המחקר עם משתתפים מבוגרים. מעבר ליתרונות הטכניים הנובעים מכך, כגון תהליך גיוס נגיש יותר ושיתוף פעולה רב יותר, להסתמכות על משתתפים מבוגרים יש גם יתרונות מהותיים. היא אפשרה לבחון את תהליך רכישתו של ידע פרוצדורלי בקרב משתתפים שיכולות בסיסיות כגון קריאה, כתיבה והבנת הוראות כבר מבוססות אצלם, ובכך לצמצם את השפעתם של גורמים התפתחותיים שאינם קשורים ישירות לרכישת הפרוצדורה.

לצד יתרונות אלה, הבחירות המתודולוגיות של המחקר מגדירות במידה רבה גם את מגבלותיו. דווקא משום שהמחקר נערך בקרב לומדים בוגרים, יש לנקוט זהירות בהכללת הממצאים לילדים ולבני נוער. ייתכן שתהליכים כגון ניטור עצמי, ויסות עצמי והפנמת אסטרטגיות מתפתחים באופן שונה בגילים צעירים, ולכן גם השפעתה של ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת עשויה להיות שונה. סוגיה זו מחייבת מחקרי המשך שיבחנו את יישום הממצאים בקרב תלמידים בשלבי התפתחות שונים. אשר לפרוצדורה המלאכותית, אף שהיא תוכננה לדמות מאפיינים מרכזיים של למידת פרוצדורות מתמטיות, היא אינה מייצגת את מלוא המורכבות של הלמידה בכיתה, שבה ידע פרוצדורלי משולב בדרך כלל במאפיינים נוספים שנעדרים מפרוצדורות מלאכותיות למשל, ידע מושגי, משמעות מתמטית, ניסיון קודם של הלומד ומגוון אסטרטגיות פיצוי אפשריות במקרה שהלומד שכח את הפרוצדורה. מחקרי המשך שיבחנו פרוצדורות מתמטיות אותנטיות נדרשים כדי להשלים את התמונה בהיבטים אלה, ובין היתר לבחון אינטראקציה אפשרית בין ידע פרוצדורלי לידע סמנטי או מושגי.

שאלה מעניינת נוספת נוגעת לאפשרות להשתמש בפרוצדורות מלאכותיות גם לצורכי הערכה. היתרונות שתוארו לעיל ובפרט האפשרות לבדוד במידה רבה יותר את תהליך רכישת הידע הפרוצדורלי ולהפחית את השפעתם של ידע מתמטי קודם ושל אסטרטגיות חלופיות עשויים להפוך פרוצדורות מסוג זה לכלי מחקרי שימושי גם להערכה או לאבחון של תהליכי למידה פרוצדורליים. עם זאת, אפשרות זו לא נבחנה במחקר הנוכחי ודורשת בדיקה אמפירית נפרדת.

5.6 סיכום

המחקר הנוכחי הוא שלב ראשון בניסיון להבין לא רק האם ההתערבות המבוססת על הוראה מפורשת יעילה ברכישת ידע פרוצדורלי, אלא גם מדוע היא יעילה. הממצא הבסיסי, והחשוב ביותר מבחינה פדגוגית, היה האפקטיביות הגבוהה מאוד של ההתערבות. במקביל, הממצא המרכזי והמשמעותי ביותר בעיני מבחינה מחקרית הוא שהיתרון של ההתערבות לא התבטא בממד יחיד, אלא בשורה רחבה של מדדים: הצלחה גבוהה יותר, שימור טוב יותר, פחות טעויות, יותר תיקון עצמי, התמדה רבה יותר וחווית למידה חיובית יותר. מכלול זה ממחיש כי רכישת ידע פרוצדורלי היא תהליך מורכב, ומעלה את האפשרות כי אין די בהתבוננות בתוצאה הסופית בלבד כדי להבין את איכות הלמידה.

המחקר לא מאפשר לקבוע מהו המנגנון העומד בבסיס היתרון של ההתערבות: לא זו הייתה מטרת המחקר. ייתכן שלא מדובר במנגנון יחיד, אלא באינטראקציה בין רכיבים פדגוגיים וקוגניטיביים שונים, ובהם תרגול מונחה, המללה, צמצום טעויות, הפחתת עומס קוגניטיבי והפחתה הדרגתית של התמיכה. ההצלחה של המחקר הנוכחי, והאפקטים הגדולים שנמצאו במגוון מדדים, מהווים תשתית מצוינת לשלב הבא: מעבר מהדגמת האפקטיביות של ההתערבות לניתוח מעמיק יותר של המנגנונים והאינטראקציות שבאמצעותם היא פועלת. שלב זה יתמקד בפירוק ההתערבות למרכיביה ובבחינת תרומתו הייחודית של כל רכיב, לצד בחינת האופן שבו הרכיבים פועלים יחד. זהו המהלך שיעביר אותנו מהשאלה האם ההתערבות עובדת, לשאלות מדויקות יותר: אילו רכיבים בה פועלים, עבור מי, באילו תנאים, באמצעות אילו מנגנונים, ומה צריכים להיות העקרונות המנחים כדי לתכנן התערבות אפקטיבית בסביבה פדגוגית הטרוגנית.

6 רשימת מקורות

- Andersson, U. (2008). Working memory as a predictor of written arithmetical skills in children: The importance of central executive functions. *British Journal of Educational Psychology*, 78(2), 181–203. <https://doi.org/10.1348/000709907X209854>
- Archer, A. L., & Hughes, C. A. (2011). *Explicit instruction: Effective and efficient teaching*. Guilford Press.
- Baddeley, A. D. (2003). Working memory: Looking back and looking forward. *Nature Reviews Neuroscience*, 4(10), 829–839. <https://doi.org/10.1038/nrn1201>
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. Freeman.
- Bull, R., & Lee, K. (2014). Executive functioning and mathematics achievement. *Child Development Perspectives*, 8(1), 36–41. <https://doi.org/10.1111/cdep.12059>
- Carey, E., Hill, F., Devine, A., & Szűcs, D. (2016). The chicken or the egg? The direction of the relationship between mathematics anxiety and mathematics performance. *Frontiers in Psychology*, 6, Article 1987. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01987>
- Chang, H., & Beilock, S. L. (2016). The math anxiety–math performance link and its relation to individual and environmental factors: A review of current behavioral and psychophysiological research. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 33–38. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.011>
- Collins, A., Brown, J. S., & Newman, S. E. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (pp. 453–494). Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781315044408-14>
- Cowan, N. (2001). The magical number 4 in short-term memory: A reconsideration of mental storage capacity. *Behavioral and Brain Sciences*, 24(1), 87–114. <https://doi.org/10.1017/S0140525X01003922>

- Cragg, L., & Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education*, 3(2), 63–68. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.12.001>
- Crooks, N. M., & Alibali, M. W. (2014). Defining and measuring conceptual knowledge in mathematics. *Developmental Review*, 34(4), 344–377. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2014.10.001>
- Dehaene, S., Meyniel, F., Wacogne, C., Wang, L., & Pallier, C. (2015). The neural representation of sequences: From transition probabilities to algebraic patterns and linguistic trees. *Neuron*, 88(1), 2–19. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2015.09.019>
- DeStefano, D., & LeFevre, J.-A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16(3), 353–386. <https://doi.org/10.1080/09541440244000328>
- Dowker, A. (2019). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Routledge.
- Fredricks, J. A. (2023). Getting students engaged in learning. *State Education Standard*, 23(3), 6–12.
- Fyfe, E. R., DeCaro, M. S., & Rittle-Johnson, B. (2014). An alternative time for telling: When conceptual instruction prior to problem solving improves mathematical knowledge. *British Journal of Educational Psychology*, 84(3), 502–519. <https://doi.org/10.1111/bjep.12035>
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A five-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), 1539–1552. <https://doi.org/10.1037/a0025510>
- Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R., & Witzel, B. (2009). *Assisting students struggling with mathematics: Response to intervention (RtI) for elementary and middle schools* (NCEE 2009-4060).

National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.

<https://ies.ed.gov/ncee/wwc/PracticeGuide/20>

Handelsman, N., & Dotan, D. (2025). *Multiple phonological access pathways and their creation: The case of number words* [Preprint]. OSF Preprints.

https://doi.org/10.31234/osf.io/e7a82_v2

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates.

<https://doi.org/10.4324/9780203063538-1>

Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8, Article 57.

<https://doi.org/10.3389/fnhum.2014.00057>

Kirschner, P. A., & Hendrick, C. (2020). *How learning happens: Seminal works in educational psychology and what they mean in practice*. Routledge.

<https://doi.org/10.4324/9780429061523>

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75–86.

https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1

Lenz, K., Dreher, A., Holzäpfel, L., & Wittmann, G. (2020). Are conceptual knowledge and procedural knowledge empirically separable? The case of fractions. *British Journal of Educational Psychology*, 90(3), 809–829. <https://doi.org/10.1111/bjep.12333>

Reinhold, F., & Wittmann, G. (2022). Topic specificity of students' conceptual and procedural fraction knowledge and its impact on errors. *Research in Mathematics Education*, 24(1), 45–69. <https://doi.org/10.1080/14794802.2022.2135132>

Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia).

- Child Development*, 82(4), 1224–1237. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x>
- Middleton, E. L., Schwartz, M. F., Dell, G. S., & Brecher, A. (2022). Learning from errors: Exploration of the monitoring learning effect. *Cognition*, 224, 105057. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2022.105057>
- Morsanyi, K., Hamilton, J., Stamenković, D., & Holyoak, K. J. (2022). Linking metaphor comprehension with analogical reasoning: Evidence from typical development and autism spectrum disorder. *British Journal of Psychology*, 113(2), 479–495. <https://doi.org/10.1111/bjop.12542>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*.
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/9822>
- OECD. (2023). *PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Paivio, A. (2007). *Mind and its evolution: A dual coding theoretical approach*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Pekrun, R., Goetz, T., Titz, W., & Perry, R. P. (2002). Academic emotions in students' self-regulated learning and achievement: A program of qualitative and quantitative research. *Educational Psychologist*, 37(2), 91–105. https://doi.org/10.1207/S15326985EP3702_4
- Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational Psychology Review*, 18(4), 315–341. <https://doi.org/10.1007/s10648-006-9029-9>
- Pekrun, R. (2021). Self-appraisals and emotions: A generalized control-value approach. In T. Dicke, F. Guay, H. W. Marsh, R. G. Craven, & D. M. McInerney (Eds.), *Self: A multidisciplinary concept* (pp. 1–30). Information Age Publishing.

- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 110–122.
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005>
- Reeve, J. (2018). *Understanding motivation and emotion* (7th ed.). Wiley.
- Rittle-Johnson, B., Schneider, M., & Star, J. R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educational Psychology Review*, 27(4), 587–597. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9302-x>
- Rittle-Johnson, B. (2019). Iterative development of conceptual and procedural knowledge in mathematics learning and instruction. In J. Dunlosky & K. A. Rawson (Eds.), *The Cambridge handbook of cognition and education* (pp. 124–147). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108235631.007>
- Rosenshine, B. (2012). Principles of instruction: Research-based strategies that all teachers should know. *American Educator*, 36(1), 12–19, 39.
- Shanny, S. (2020). *How do we perform arithmetic procedures, and why is it hard for some of us?* [Master's thesis, Tel Aviv University].
- Stockard, J., Wood, T. W., Coughlin, C., & Rasplika Khoury, C. (2018). The effectiveness of direct instruction curricula: A meta-analysis of a half century of research. *Review of Educational Research*, 88(4), 479–507. <https://doi.org/10.3102/0034654317751919>
- Sweller, J. (2011). Cognitive load theory. In J. P. Mestre & B. H. Ross (Eds.), *The psychology of learning and motivation* (Vol. 55, pp. 37–76). Academic Press.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-387691-1.00002-8>
- Sweller, J. (2024). Cognitive load theory and individual differences. *Learning and Individual Differences*, 110, 102423. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2024.102423>
- Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8126-4>

- Tanami, Y., & Tzuriel, D. (2026). Prediction of math achievements by executive functions and math self-efficacy among grade 12 students in three study levels. *Frontiers in Education*, 11, Article 1696182. <https://doi.org/10.3389/feduc.2026.1696182>
- van Nes, F., & de Lange, J. (2007). Mathematics education and neurosciences: Relating spatial structures to the development of spatial sense and number sense. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4(2), 210–229. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1072>
- Zamora, Á., Suárez, J. M., & Ardura, D. (2018). Error detection and self-assessment as mechanisms to promote self-regulation of learning among secondary education students. *The Journal of Educational Research*, 111(2), 175–185. <https://doi.org/10.1080/00220671.2016.1225657>
- Zviran-Ginat, S. (2022). *How are calculation errors related to working memory?* [Master's thesis, Tel Aviv University].

מקורות בעברית

- פורטל עובדי הוראה. משרד החינוך. תוכנית הלימודים החדשה: מתמטיקה לתלמידי יסודי. https://pop.education.gov.il/tchumey_daat/matmatika/yesodi/oraat-math/new-curriculum/

Department of: Special Education and Counseling

Qualifying Research Paper Equivalent to An Ma Thesis

"Look at Me and Do Likewise": Learning Mathematical Procedures Through Explicit Instruction

The paper was submitted by:

Vicki Shemesh

ID Number:

03287128

The study was conducted under the guidance of:

Dr. Dror Dotan

August 2026

Abstract

Learning mathematical procedures, such as long division, is a central challenge in mathematics education; however, it remains unclear how different instructional approaches affect the acquisition of procedural knowledge.

The present study examined how explicit instruction affects the acquisition of procedural knowledge. To isolate procedural knowledge acquisition from the influence of prior knowledge, mathematical meaning, and familiar solution strategies, we developed an artificial mathematical procedure designed to preserve the core characteristics of a mathematical procedure while minimizing the influence of prior knowledge and potential confounding variables. The study included 89 adult learners, who were randomly assigned to either an explicit instruction group ($n = 45$) or a traditional instruction group ($n = 44$). Both groups learned the same procedure and were assessed immediately after learning and again one week later.

The findings demonstrated a consistent advantage for explicit instruction. Participants in the explicit instruction group correctly performed more procedures, showed better retention of the acquired knowledge over time, and demonstrated greater self-monitoring ability, as reflected in their detection and correction of errors. In addition, they reported greater enjoyment of the learning process and higher motivation to continue learning, and the dropout rate was lower in this group. Taken together, the findings suggest that the advantage of explicit instruction extends beyond improved performance alone. They raise the possibility that procedural knowledge acquisition is a multidimensional process involving cognitive, metacognitive, behavioral, and affective dimensions. Potential mechanisms underlying this advantage were examined through a theoretical analysis of the components of explicit instruction implemented in the present study. These findings provide a foundation for future research examining the relative contribution of these mechanisms to the acquisition of procedural knowledge.