

**TEL AVIV אוניברסיטת**  
**UNIVERSITY תל אביב**

בית הספר לחינוך ע"ש חיים וג'ואן קונסטנטינר  
החוג לחינוך מיוחד וייעוץ חינוכי  
המגמה ללקויות למידה

**עבודת גמר לקראת תואר "מוסמך למדעי הרוח" (M.A)**

## **איך טעויות חישוב קשורות לזיכרון הפעיל?**

בהנחיית ד"ר דרור דותן

מגישה:

שרון צבירן גינת, ת.ז 203248612

אוקטובר 2022

## תקציר

אחת היכולות המרכזיות במתמטיקה היא היכולת לבצע חישובים אריתמטיים בעל פה, גם כאשר מדובר בחישוב הדורש מספר שלבים. יכולת זו טומנת בחובה מגוון קשיים ולקויות, ונתמכת על ידי מנגנונים קוגניטיביים ספציפיים, כגון ספירה ועיבוד המספר, ומנגנונים כלליים כגון זיכרון פעיל. עם זאת, מעטים המחקרים שניסו להבין בצורה מעמיקה את התפקיד המדויק של אותם מנגנונים קוגניטיביים, ספציפית הזיכרון הפעיל, בהפעלת אלגוריתם חישובי בעל-פה, ואת הליקויים המדויקים שגורמים לקשיים בתהליך החישוב.

בדקנו 4 משתתפים עם קושי בחישוב רב-ספרתי בעל-פה. הם התבקשו לחבר בע"פ זוגות של מספרים תלת-ספרתיים, ותוך כדי הפתרון לומר בקול את שלבי החישוב. למשל, על התרגיל  $23+45$  יכלו לענות " $20+40=60$  ←  $3+5=8$  ←  $60+8=68$ ". בדקנו את הטעויות שלהם תוך כדי החישוב, תוך הבחנה בין טעויות בחזרה על האופרנדים ששמעו (למשל בדוגמה הנ"ל לומר  $20+30$ ) לבין טעויות בחזרה על תוצאות הביניים שהם עצמם אמרו בשלב מוקדם יותר (למשל בדוגמה הנ"ל לומר  $60+9$  בשלב השלישי). בהתאמה למחקרים קודמים, שיעור הטעויות בחזרה על אופרנדים היה נמוך יותר משיעורן בחזרה על תוצאות ביניים.

המשתתפים לא הציגו קשיים בפתרון עובדות היסוד אך כן הציגו קושי בפתרון תרגילים רב-ספרתיים. כלומר, הקושי שלהם לא היה קושי גורף במתמטיקה ואפילו לא בחישוב, אלא קושי ספציפי יותר, בחישוב רב-ספרתי. בנוסף, נראה שמקור הקושי אינו "אבני יסוד" אריתמטיות (עובדות היסוד של חישוב חד ספרתי) אלא מנגנון אחר, כללי יותר – זיכרון פעיל.

בדקנו 3 היפותזות אפשריות לגבי המקור הקוגניטיבי של הדיסוציאציה בין אמירת אופרנדים לאמירת תוצאות. **היפותזת הייצוגים השונים** טוענת שקיימים ייצוגים שונים לאופרנדים ולתוצאות החישוב, ומקור הדיסוציאציה הוא ליקוי סלקטיבי בייצוג של התוצאות, ללא ליקוי בייצוג של האופרנדים. בניגוד להיפותזה זו, הדיסוציאציה לא המשכיכה להתקיים במטלת חישוב שנערכה בתנאים שונים מעט, אלא הכיוון שלה התהפך.

**היפותזת שימור המידע לאורך זמן** מניחה שהמידע בזיכרון דועך ככל שחולף הזמן, לכן רמת הזכירה יורדת כפונקציה של הזמן מאז שמילת-מספר נאמרה בפעם האחרונה. ריבוי הטעויות באמירת תוצאות ביניים מוסבר ע"י כך שבהשוואה לאופרנדים, חלף זמן רב יחסית בין אמירות עוקבות של אותה תוצאת ביניים. גורם הזמן אמנם נמצא משפיע על שיעור הטעויות, אך בניגוד להיפותזה, הוא לא הצליח להסביר את הדיסוציאציה בין אופרנדים לתוצאות.

הממצאים תמכו **בהיפותזת מעברי המידע**. היפותזה זו מתבססת על הרעיון כי יש רמות אקטיבציה שונות של המידע בזיכרון הפעיל. הדיסוציאציה נובעת מליקוי סלקטיבי במעבר בין רמות אקטיבציה – ספציפית, בהפחתת רמת האקטיבציה של המידע בזיכרון. ליקוי כזה גורם לקושי בשליפת פריטי מידע שעברו דה-אקטיבציה בשלב מוקדם יותר בחישוב, כמו תוצאות הביניים, אבל לא פוגע במידע שלא עבר דה-אקטיבציה בשלב מוקדם יותר, כמו האופרנדים.

המחקר מדגיש כי קושי במתמטיקה אינו גורף ואחיד, אלא ייתכנו דפוסי קשיים שונים ומאד ספציפיים. מקור הקשיים אינו בהכרח מנגנונים ספציפיים למתמטיקה אלא יכול להיות – כמו אצל המשתתפים במחקר הנוכחי – מנגנונים כלליים, למשל זיכרון. בנוסף, המחקר תומך ברעיון לפיו תהליך הדה-אקטיבציה, הסרת מידע מהזיכרון הפעיל, היא היבט מרכזי, חשוב ומאתגר של זיכרון פעיל.

## תוכן עניינים

<b>5</b>	<b>1 מבוא</b>
5	1.1 חשיבה מתמטית וביצוע אלגוריתמים של חישוב
6	1.2 ליקויים סלקטיביים בזיכרון הפעיל והשפעתם על ביצוע חישובים
6	1.2.1 דיסוציאציות בחישוב
7	1.2.2 היפותזת הייצוגים השונים
7	1.2.3 היפותזת מעברי המידע
9	1.2.4 היפותזת שימור המידע לאורך זמן
9	1.3 המחקר הנוכחי
<b>11</b>	<b>2 שיטה</b>
11	2.1 משתתפים
11	2.2 סינון
12	2.3 הליך וכלים
13	2.4 סיווג טעויות
<b>14</b>	<b>3 תוצאות</b>
14	3.1 היפותזת הייצוגים השונים
17	3.2 היפותזת שימור המידע לאורך זמן
20	3.3 היפותזת מעברי המידע
<b>21</b>	<b>4 דיון</b>
21	4.1 דיסוציאציה בין טעויות תוצאה לבין טעויות אופרנד
21	4.1.1 היפותזת מעברי המידע
24	4.1.2 היפותזת שימור המידע לאורך זמן
25	4.1.3 היפותזת הייצוגים השונים
25	4.2 מנגנונים המעורבים בקשיים מתמטיים
26	4.3 מתודולוגיה
26	4.3.1 מתודולוגית ניתוח הטעויות
26	4.3.2 המטלות במחקר
27	4.4 השלכות על לקויות למידה ואבחון
27	4.5 סיכום
<b>28</b>	<b>5 נספחים</b>
28	5.1 נספח א' – מטלת סינון, מבדק עובדות יסוד (מתוך סוללת "חלב", דותן, 2022).

5.2 נספח ב' – מטלת סינון, מבדק חיבור רב-ספרתי..... 30

5.3 נספח ג' – מטלת חישוב, מבדק חיבור רב-ספרתי..... 31

5.4 נספח ד' – מטלת "המעברים" שלא נכנסה למחקר..... 33

37

6 ביבליוגרפיה

### 1.1 חשיבה מתמטית וביצוע אלגוריתמים של חישוב

יכולת מתמטית היא יכולת חשובה ובסיסית המתחילה להיבנות כבר מגיל צעיר ומתפתחת לאורך השנים. חשיבה מתמטית תורמת להתפתחותן של פונקציות גבוהות (לדוגמה חשיבה לוגית, הפשטה, יצירתיות ועוד). היא מאפשרת רכישת כלים מתמטיים (כגון חישוב) אשר מסייעים בפתרון בעיות יומיומיות, ומנבאת הצלחה ורווחה כלכלית בחיים הבוגרים (Hodgson & Kent, 2002; Stech, 2008; De Lange, 1996; Hoyles, Wolf, Molyneux).

חשיבה מתמטית כוללת מגוון תחומים המערבים מנגנונים קוגניטיביים שונים כגון ייצוג כמות, פענוח סמלים, זיכרון, עיבוד חזותי ועוד (Karagiannakis, Baccaglioni-Frank & Papadatos, 2014). אחד מתחומים אלה הוא יכולת החישוב, אותה ניתן לחלק לשני סוגים עיקריים – עובדות יסוד ואלגוריתמים. **עובדות יסוד** הן עובדות מתמטיות בסיסיות אותן אנחנו זוכרים בדרך כלל בעל-פה, למשל תרגילי חיבור וחסור חד-ספרתיים ולוח הכפל. עובדות אלה על פי רוב עוברות שינון ונשלפות בעת הצורך מהזיכרון לטווח ארוך. **אלגוריתמים** הם פרוצדורות הכוללות כמה שלבים אותם יש לבצע לשם פתרון בעיה מתמטית מורכבת יותר (כזאת שלא למדנו בעל-פה), לדוגמה תרגילי חיבור רב-ספרתיים ופתרון משוואות (Cappelletti, Kopelman, Morton, & Butterworth, 2005; Hittmair-Delazer, Sailer, & Benke, 1995).

היכולת לבצע אלגוריתם חישובי מתחלקת לשלושה היבטים: ידע קונספטואלי, ידע פרוצדורלי ויכולת הפעלה של האלגוריתם (Girelli, & Delazer, 1996; Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001; Roşca, 2009). **ידע קונספטואלי** מתייחס להבנה של החישוב המתמטי וכולל את הבנת המהות של האלגוריתם ועקרונות וכללים כלליים בתחום החישוב. למשל, ההבנה כי בחיבור רב-ספרתי, ספרת העשרות "שווה" פי 10 מספרת היחידות, וזו הסיבה ש-1 הופך ל-10 כשמעבירים אותו מהעשרות ליחידות בתהליך הפריטה. **ידע פרוצדורלי** מתייחס לדרך החישוב של האלגוריתם – ידע אודות סדרת השלבים שיש לנקוט על מנת להוציא לפועל את החישוב המתבקש. לדוגמה, פרוצדורה אחת אפשרית לחיבור שני מספרים תלת-ספרתיים היא לחבר קודם את ספרת היחידות של שני המחברים, לאחר מכן את ספרת העשרות, את ספרת המאות, ולבסוף למזג את כל תוצאות הביניים שהתקבלו לכדי תוצאה סופית. **יכולת ההפעלה** של האלגוריתם מתייחסת למנגנונים הקוגניטיביים שמאפשרים את הביצוע בפועל של החישוב. למשל, זיכרון, קשב וכו'. היבט זה מאתגר במיוחד בעת חישוב בעל פה, אשר נחשב למיומנות קוגניטיבית מורכבת משום שהוא דורש שילוב של תהליכים קוגניטיביים שונים (Cappelletti et al., 2005; Pesenti et al., 2001). במחקר זה אתמקד בהיבט השלישי ואבחן את המנגנונים הקוגניטיביים האחראים על יכולת ההפעלה של אלגוריתמים – ספציפית, את מנגנון הזיכרון הפעיל.

פתרון אלגוריתמים דורש פעולה של מגוון מנגנונים קוגניטיביים וליקוי במנגנונים אלו עלול לגרום לקשיים מסוגים שונים. באופן כללי, קשיים במתמטיקה נפוצים יחסית בקרב האוכלוסייה – השכיחות של דיסקלקוליה התפתחותית באוכלוסייה מוערכת בכ-7%-3%, וקיימים מגוון תחומים בהם קשיים אלה באים לידי ביטוי (Haberstroh, & Schulte-Körne, 2019; Andersson, 2008; Shalev & Tsur-Gross, 2001). אחד התחומים המרכזיים בהם ניתן להבחין בקשיים כאלה הינו תחום החישוב והאלגוריתמים.

## 1.2 ליקויים סלקטיביים בזיכרון הפעיל והשפעתם על ביצוע חישובים

### 1.2.1 דיסוציאציות בחישוב

מחקר בנושא זה שנערך לאחרונה במעבדה לחשיבה מתמטית באוניברסיטת תל אביב (שני, 2020) בחן בפירוט את דפוסי הטעויות בביצוע אלגוריתמים – ספציפית, תרגילי חיבור רב-ספרתי. החוקרת ביקשה לזהות את המנגנונים הקוגניטיביים המעורבים בחישוב מנטלי של תרגילים מסוג זה, הדורשים ביצוע אלגוריתמים בכמה שלבים, וכיצד ליקויים במנגנונים אלה באים לידי ביטוי בדפוסי טעויות שונים. המחקר נערך בגישה נורופסיכולוגית ע"י ניתוח מעמיק של טעויות בתרגילי חיבור רב-ספרתיים שפתרו המשתתפים, במטרה לזהות את הליקוי הקוגניטיבי שגרם לטעויות אלה. באחד הניתוחים, החוקרת חילקה את הטעויות לפי השלב בתרגיל בו בוצעה הטעות: (1) טעויות בשלב אמירת האופרנדים – כאשר המשתתפים חזרו על התרגיל המקורי הם עשו טעויות בחזרה על האופרנדים. לדוגמה, אם התרגיל הינו  $21+43$ , טעות בשלב זה עשויה להיות אמירת אופרנד 50 במקום 20. (2) טעויות בחזרה על תוצאות הביניים בשלב המיזוג שלהן לתוצאה הסופית – כאשר המשתתפים מיזגו את תוצאות הביניים (שהם חישובו בשלב קודם) לתוצאה הסופית, הם עשו טעויות וחזרו על תוצאות הביניים באופן שגוי. למשל, במצב בו בתרגיל הנ"ל גם העשרות וגם היחידות חושבו נכון, כלומר תוצאות הביניים שהמשתתף אמר היו 60 ו-4, הוא מנסה למזג אותן לתוצאה סופית ע"י כך שהוא אומר "50 ועוד 4 זה 54".

אחד הממצאים המעניינים של שני היה דיסוציאציה בין טעויות באמירת האופרנדים לבין טעויות באמירת תוצאות הביניים לצורך מיזוג לתוצאה הסופית. ספציפית, רוב המשתתפים ביצעו פחות טעויות באמירת האופרנדים ויותר טעויות בחזרה על תוצאות ביניים, ורק משתתפת אחת (YRYR), שהשתתפה גם במחקר הנוכחי) ביצעה מספר דומה (ונמוך יותר) של טעויות בשני סוגי המילים. שני שיערה כי YRYR נעזרה באסטרטגיה ויזואלית בעת פתרון התרגילים, דבר שאפשר לה להשתמש בשני מנגנוני זיכרון שונים (האחד פונולוגי והשני ויזואלי) ובכך להגדיל את קיבולת הזיכרון הכוללת באופן משמעותי. כדי לבדוק את ההשערה הזאת, שני ביצעה ניסוי נוסף בטכניקת dual task, בו YRYR פתרה תרגילים בעל פה במקביל להפרעה ויזואלית – תוך כדי פתרון התרגילים היא צפתה בסרטון של צורות בצבעים שונים שזזות ומשתנות, בסגנון קליידוסקופ. מניפולציה זו נועדה ליצור עומס על הזיכרון הפעיל הויזואלי, ובכך למנוע מ-YRYR להשתמש באסטרטגיה של דמיון ויזואלי במהלך פתרון התרגיל. אכן, בניסוי זה, דפוס הטעויות של YRYR היה זהה לדפוס הטעויות של שאר המשתתפים בניסוי: היא ביצעה פחות טעויות באמירת אופרנדים ויותר טעויות בחזרה על תוצאות-ביניים. ממצא זה מחזק את הדיסוציאציה, וגם תומך ברעיון שניתן להפחית את הטעויות המתרחשות בשלב מיזוג תוצאות הביניים באמצעות שימוש באסטרטגיות ויזואליות, כמו ש-YRYR עשתה במטלה הראשונה.

שני שיערה כי הדיסוציאציה בין טעויות חזרה באופרנדים לעומת תוצאות ביניים נובעת ממקור קוגניטיבי: ליקוי בתהליך אחד גורם לטעויות בשלב אמירת האופרנדים, ואילו ליקוי בתהליך השני גורם לטעויות בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. היא הציעה שתי היפותזות אפשריות לגבי הזהות הספציפית של אותם תהליכים קוגניטיביים לקויים, ובמחקר זה אציע היפותזה שלישית. שלוש ההיפותזות, שמפורטות להלן, מתייחסות למנגנונים קוגניטיביים שונים, אך כולן מתמקדות בזיכרון הפעיל.

### 1.2.2 היפותזת הייצוגים השונים

ההיפותזה הראשונה, היפותזת הייצוגים השונים, מציעה כי קיימים שני ייצוגי זיכרון נפרדים בתוך הזיכרון הפעיל: ייצוג אחד לאופרנדים וייצוג שני לתוצאות הביניים (להלן "ייצוג האופרנדים" ו"ייצוג הביניים"). ההבחנה בין הייצוגים עשויה להיות, למשל, ייצוג באזורים שונים, אבל עשויה להיות גם ע"י צורה שונה של קידוד המידע באותו אזור.

ליקוי סלקטיבי באחד מהייצוגים יגרום לדפוס טעויות ספציפי: ליקוי סלקטיבי בייצוג האופרנדים יבוא לידי ביטוי בטעויות באמירת האופרנדים, ואילו ליקוי סלקטיבי בייצוג הביניים יבוא לידי ביטוי בטעויות מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. לפי היפותזה זו, אצל רוב המשתתפים של שְׁנֵי הליקוי העיקרי היה בייצוג הביניים, ולכן רוב הטעויות שלהם היו במיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. אצל YRYR היה ליקוי בשני הייצוגים במידה שווה, לכן היה לה אחוז טעויות דומה הן של טעויות באמירת האופרנדים והן באמירת תוצאות הביניים לצורך מיזוגן לתוצאה הסופית.

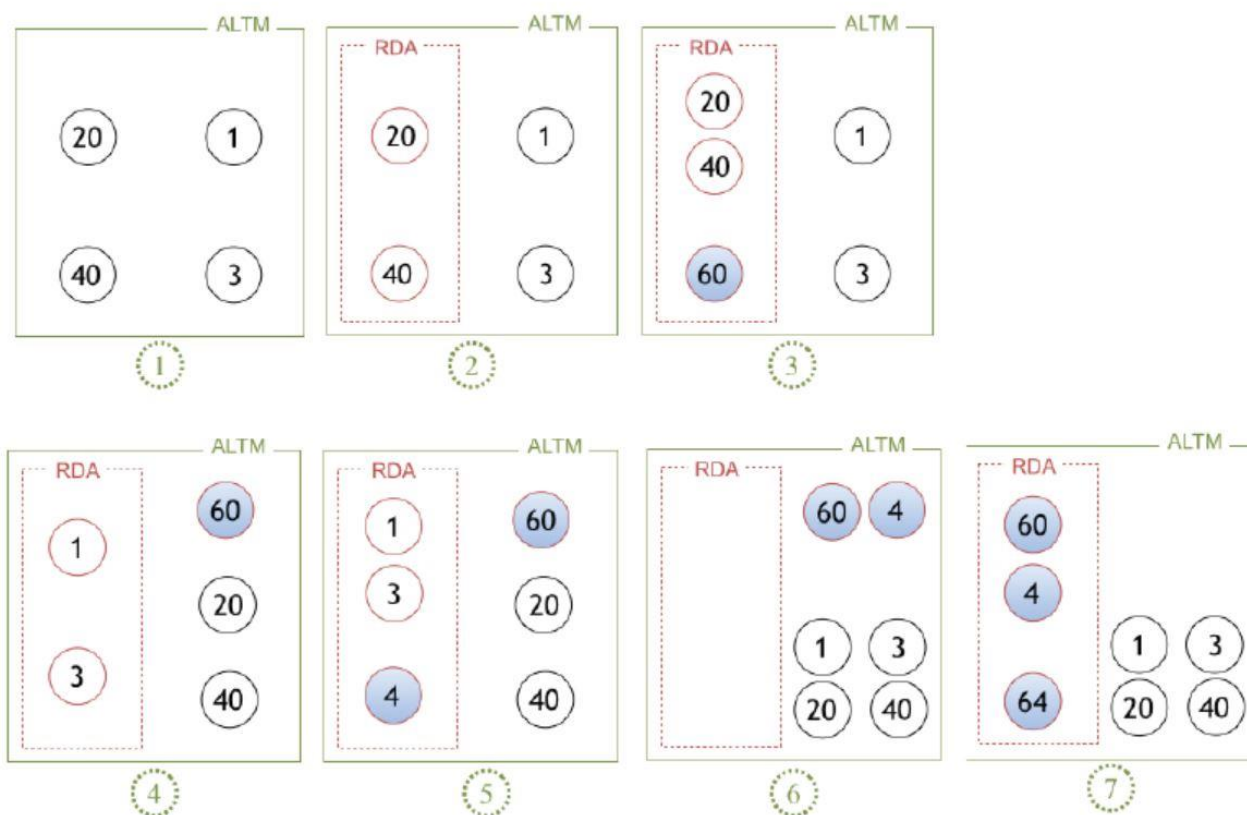
אפשרות דומה היא שקידוד האופרנדים "חזק" יותר מקידוד תוצאות הביניים בשל העובדה שהאופרנדים נאמרים מספר רב של פעמים, לכן רמת האקטיבציה שלהם בזיכרון גבוהה יותר. כתוצאה מכך מתרחשות יותר טעויות במיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית מאשר באמירת האופרנדים (שני, 2020). אפשרות זו מנבאת שלא תימצא דיסוציאציה בכיוון ההפוך (יותר טעויות באמירת אופרנדים מאשר באמירת תוצאות ביניים). לעומת זאת, היפותזת הייצוגים השונים בצורתה הכללית-יותר כן מנבאת אפשרות של דיסוציאציה כפולה בין טעויות באופרנדים לטעויות בתוצאות הביניים.

### 1.2.3 היפותזת מעברי המידע

ההיפותזה השנייה, היפותזת מעברי המידע, מתבססת על המודל של Oberauer לזיכרון פעיל (Oberauer, 2002). על פי מודל זה, הזיכרון הפעיל מורכב משלושה רכיבים. הרכיב הראשון הוא **ALTM** (Activated part of Long-Term Memory). תפקידו לשמר באופן אקטיבי מידע רלוונטי הנדרש בשלבים מאוחרים יותר בעת ביצוע משימה. הרכיב השני הוא **RDA** (Region of Direct Access). רכיב זה מסוגל להחזיק מספר קטן של פריטים שעליהם ניתן לבצע פעולה קוגניטיבית מסוימת. לרכיב זה יש קיבולת מוגבלת של כ-3-4 פריטים, והוא המנגנון שבמקרים רבים נהוג להתייחס אליו בתור "זיכרון פעיל". הרכיב השלישי הוא **FOA** (Focus of Attention) שתפקידו להחזיק פריט מידע אחד ספציפי שעליו תתבצע המניפולציה הקוגניטיבית הבאה. שלושת הרכיבים אינם אזורים נפרדים בזיכרון אלא מתארים שלוש רמות אקטיבציה שונות, או סוגי אקטיבציה שונים, שכל פריט מידע יכול להיות בהם: רמת אקטיבציה בסיסית (**ALTM**), רמת ביניים (**RDA**) ורמה גבוהה (**FOA**). אם לפריט מסוים אין אקטיבציה כלל, הוא נמצא בזיכרון ארוך טווח (**LTM**) אבל לא בזיכרון הפעיל.

לפי היפותזת מעברי המידע, ניתן לתאר את תהליך החישוב בעל-פה באופן הבא: ראשית, אחרי ששמענו את התרגיל, כל הספרות/מילים של התרגיל (האופרנדים) מאוחסנות ב-**ALTM** (1 בתרשים). בכל פעם שהמשתתף מתכוון לבצע חישוב ספציפי (למשל חיבור של העשרות) האקטיבציה של האופרנדים שדרושים לאותו חישוב (במקרה זה, שתי מילות העשרות) משתנה והם למעשה "עוברים" לרכיב ה-**RDA**. לדוגמה, כאשר מתחילים לפתור את התרגיל 21+43, המילים של כל האופרנדים (20,1,40,3) נמצאות ב-**ALTM**. כאשר נרצה

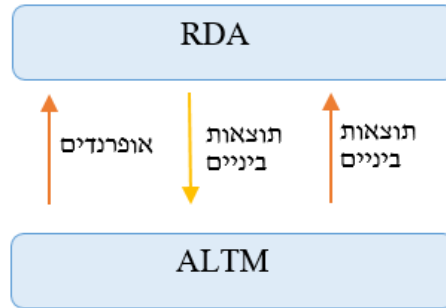
לחבר את העשרות, המילים 20 ו-40 "יועברו" ל-RDA כדי לבצע את פעולת החיבור (2 בתרשים 1). לאחר פעולת החיבור שהתבצעה ב-RDA, תוצאת הביניים (60) תעבור מה-RDA אל ה-ALTM, כדי לפנות את ה-RDA לטובת שלב החישוב הבא (4 בתרשים 1). לבסוף, לאחר חישוב כל תוצאות הביניים, על מנת לחשב את התוצאה הסופית, תוצאות הביניים (60,4) יועברו שוב מה-ALTM אל ה-RDA ויחוברו לתוצאה הסופית (64) (7 בתרשים 1).



**תרשים 1.** השלבים בתהליך החישוב לפי היפותזת מעברי המידע (שני, 2020).

במסגרת היפותזה זו זה ניתן להסביר את ממצאיה של שני (2020) בתור ליקוי סלקטיבי בהעברת המידע מ-RDA אל ה-ALTM. ליקוי כזה יגרום לטעות בשמירת תוצאת הביניים שחושבה. התוצאה השגויה תאוחסן ב-ALTM, וכאשר נשלף אותה על מנת למזג לתוצאה הסופית – תישלף התוצאה השגויה, ותתקבל טעות באמירתה בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. לעומת זאת, הליקוי לא פוגע בזכירת האופרנדים (שאוחסנו ב-ALTM כבר בתחילת התרגיל), לכן יהיו פחות טעויות באמירת האופרנדים. לעומת זאת, ליקוי בהעברת מידע בכיוון ההפוך, כלומר מ-ALTM אל ה-RDA, יגרום לטעויות בכל השלבים של התרגיל – גם באמירת תוצאות הביניים אבל גם באמירת האופרנדים, כיוון ששתי הפעולות הללו דורשות להעביר את המידע (אופרנדים / תוצאת ביניים) מ-ALTM אל ה-RDA.





**תרשים 2.** תהליך העברת המידע בזיכרון הפעיל על פי היפותזת מעברי המידע. ראשית, האופרנדים מאוחסנים ב-ALTM, ו"עוברים" ל-RDA לצורך חישוב ספציפי (חיבור העשרות / היחידות וכו'). לאחר החישוב הספציפי, תוצאת הביניים מאוחסנת ב-ALTM. אחרי שסיימנו לחשב את כל חישובי הביניים, תוצאות הביניים שאוחסנו ב-ALTM עוברות ל-RDA, שם ניתן למזג אותן ולהגיע לתוצאה הסופית של התרגיל. ליקוי סלקטיבי בהעברת המידע מ-RDA אל ה-ALTM (החץ הצהוב) יגרום לדיסוציאציה שנמצאה אצל שני (2020) – קושי ספציפי בחזרה על תוצאות הביניים.

#### 1.2.4 היפותזת שימור המידע לאורך זמן

היפותזה נוספת שיכולה להסביר את הפער בין טעויות בשלב אמירת האופרנדים לבין טעויות בשלב אמירת תוצאות הביניים היא היפותזת שימור המידע לאורך זמן. על פי היפותזה זו, קימת דעיכה ("שכחה") של הפריטים בזיכרון הפעיל ככל שחולף הזמן (Portrat, Barrouillet & Camos, 2008). הרעיון הוא שבעת פתרון התרגיל על המשתתפים לשמר את המידע – האופרנדים ותוצאות – לאורך כל השלבים עד למתן התוצאה הסופית. קושי בשימור הפריטים ודעיכה שלהם לאורך שלבי פתרון התרגיל תוביל לטעויות רבות יותר ככל שחלף זמן רב יותר מרגע שתהליך השימור התחיל (Nyberg & Eriksson, 2016). ההיפותזה מניחה שבמקרה של חישוב רב-ספרתי, הדעיכה גבוהה יותר לגבי תוצאות הביניים כיוון שחולף זמן רב יחסית בין הרגע שתוצאת ביניים נאמרה בפעם הראשונה עד שהמשתתף חוזר עליה, וזמן קצר יותר מרגע שמיעת אופרנד עד לשימוש בו.

על פי המודל לזיכרון פעיל של Baddeley, הרכיבים שמטרתם לסייע להתמודד עם דעיכת הפריטים בזיכרון הפעיל ובאים לידי ביטוי במחקר הינם הלולאה הפונולוגית (Phonological Loop) והמעבד המרכזי (Central Executive). הלולאה הפונולוגית היא רכיב אחסון לטווח קצר שתפקידו לשמר בזיכרון הפעיל פריטים פונולוגיים-מילוליים. המעבד המרכזי עורך בקרה על המידע ומשמר אותו במידת הצורך על ידי שינון חוזר בלולאה הפונולוגית (Baddeley, 2010). המערכת לא אופטימלית, לכן יש דעיכה ככל שתהליך השימור מתקדם.

### 1.3 המחקר הנוכחי

מטרת המחקר הנוכחי היא להכריע בין שלושת ההיפותזות שהוצגו לעיל לגבי מקור הפער שנמצא בין טעויות בשלב אמירת האופרנדים לבין טעויות בשלב אמירת תוצאות הביניים: היפותזת הייצוגים השונים, היפותזת מעברי המידע והיפותזת שימור המידע לאורך זמן. בהתאם לממצאיה של שני (2020) ציפינו שגם אצלנו יימצאו משתתפים עם יותר טעויות במיזוג תוצאות הביניים לכדי התוצאה הסופית מאשר טעויות בשלב אמירת האופרנדים. כפי שנראה להלן, כך אכן היה. כדי להכריע בין ההיפותזות, השתמשנו בשתי מטלות אריתמטיות: חישוב תרגילי חיבור רב-ספרתיים; וחישוב תרגילי חיבור רב-ספרתיים כאשר המשתתפים נדרשו לחזור על האופרנדים בסוף החישוב. במטלת החישוב השנייה, אחרי שהמשתתפים סיימו לחשב את התרגיל ואמרו את התוצאה הסופית, הם התבקשו לחזור שוב על האופרנדים (כלומר על התרגיל המקורי). מטלה זו היא שמאפשרת

להכריע בין 3 ההיפותזות, כיוון שלכל אחת מההיפותזות יש ניבוי שונה לגבי דפוס התפקוד של אותם משתתפים שהראו (במטלת החישוב הרגילה) קושי משמעותי יותר באמירת תוצאות הביניים ומיזוגן לתוצאה הסופית:

לפי היפותזת מעברי המידע, הדרישה לחזור על האופרנדים בסוף החישוב מחייבת את המשתתף להעביר, תוך כדי החישוב, כל אופרנדים מה-RDA בחזרה אל ה-ALTM אחרי שסיים להשתמש באופרנד. מעבר זה לא נדרש במטלת החישוב הרגילה, בה אפשר פשוט "להיפטר" מהאופרנדים אחרי שהשתמשנו בהם לצורך החישוב. לעומת זאת, שתי המטלות דורשות מעבר זה, מה-RDA אל ה-ALTM, עבור תוצאות הביניים ברגע שחושבו. לפיכך, ההיפותזה מנבאת שמשתתפים עם ליקוי סלקטיבי במעבר  $RDA \rightarrow ALTM$  יעשו יותר טעויות לא רק באמירת תוצאות הביניים, אלא גם בחזרה על האופרנדים בסיום התרגיל. לעומת זאת, גם במטלה החדשה הם יעשו פחות טעויות בחזרה על האופרנדים במהלך חישוב התרגיל.

היפותזת הייצוגים השונים מסבירה את הקושי של המשתתפים בתור ליקוי סלקטיבי במאגר תוצאות הביניים, ללא ליקוי במאגר האופרנדים. לפיכך, היפותזה זו מנבאת כי אחוז הטעויות בחזרה על האופרנדים בכל שלב (גם בזמן החישוב, גם בחזרה על התרגיל בסיום החישוב) יהיה נמוך יותר מאחוז הטעויות בחזרה על תוצאות הביניים. בנוסף, אחוז הטעויות בשלב החזרה על האופרנדים בסוף התרגיל צפוי להיות דומה לאחוז הטעויות בחזרה על האופרנדים במהלך חישוב התרגיל.

היפותזת שימור המידע לאורך זמן גורסת כי קיימת דעיכה של הפריטים ככל שחולף יותר זמן מהרגע שהופסק תהליך השימור של הפריטים. היפותזה זו מנבאת כי המשתתפים יעשו יותר טעויות בשלב החזרה על האופרנדים בסוף התרגיל מאשר בשלב החישוב ופתרון התרגיל, כיוון שהיא מניחה שכאשר מילות האופרנד נאמרות בסוף התרגיל, חלף זמן רב יחסית מאז שהן נאמרו בפעם האחרונה – דבר שמגביר את השפעת הדעיכה בזיכרון.

כל שלוש ההיפותזות מנבאות שכמות הטעויות בחישוב עצמו עשויה להיות גבוהה יותר במטלה זו מאשר במטלת החישוב הרגילה, כיוון שהדרישה לחזור על האופרנדים בסוף התרגיל צפויה להגדיל את העומס הקוגניטיבי. כלומר, נצפה לראות הבדל בכמות הטעויות בין 2 המטלות, אך זהו לא גורם שיכריע בין ההיפותזות.

## 2 שיטה

### 2.1 משתתפים

המשתתפים למחקר גויסו דרך רשתות חברתיות באמצעות פנייה בה חיפשנו משתתפים עם קשיים במתמטיקה. המחקר אושר ע"י ועדת האתיקה של אוניברסיטת תל אביב. כל המשתתפים נתנו את הסכמתם להשתתף בניסוי וקיבלו תשלום עבור השתתפותם.

כל 15 הפונים עברו מפגש סינון אשר כלל 4 מבדקים: מטלת ספאן ספרות לבדיקת זיכרון לטווח קצר, מטלת ספאן לאחור לבדיקת זיכרון פעיל, מטלת חישוב חד-ספרתי לבדיקת ידע של עובדות היסוד, ומטלת חיבור רב-ספרתי לבדיקת היכולת לבצע אלגוריתם חישובי בעל-פה. תיאור מדויק של מטלות הסינון, והקריטריונים לכניסה למחקר שנקבעו ביחס לקבוצת הביקורת, מפורט בסעיף הבא. מתוך 15 הפונים, 4 עמדו בקריטריונים והם אלה שנכללו במחקר. פרטי המשתתפים מפורטים בטבלה 1.

טבלה 1. פרטי המשתתפים במחקר

משתתף/ת	גיל	מין	מס' שנות השכלה	קשיים ולקות למידה מאובחנות
GLMS	24	זכר	12	ללא אבחנה. חווה קשיים בתיכון בתחום המתמטי
LIDZ	24	נקבה	15	מאובחנת עם הפרעת קשב
RZHN	31	זכר	15	ללא אבחנה. חווה קשיים בתיכון בתחום המתמטי
YRYR	27	נקבה	15	מאובחנת עם הפרעת קשב ולקויות למידה

### 2.2 סינון

לפני תחילת המחקר המשתתפים עברו מפגש סינון מקדים במפגש פרטני אוניליין, שכלל את המבדקים הבאים:

#### עובדות יסוד (מתוך סוללת "חלב", דותן, 2022, נספח א')

המשתתפים שמעו תרגילי חישוב חד-ספרתיים וענו עליהם בעל-פה. המשתתפים הונחו לא להשתמש באסטרטגיות לצורך הפתרון, אלא לשלוף את התשובה באופן אוטומטי. במקרה שהיה שימוש באסטרטגיה הדבר נחשב כטעות. המבדק כלל 30 פריטים: 12 תרגילי חיבור חד-ספרתיים, 7 תרגילי חיסור בהם האופרנד השני והתוצאה הינם חד-ספרתיים, 9 תרגילי כפל חד-ספרתיים ו-2 תרגילי חילוק. קריטריון הכניסה למחקר היה פחות מ-10% טעויות מכלל הפריטים.

#### חישוב רב-ספרתי (נספח ב')

המשתתפים שמעו 10 תרגילי חיבור רב-ספרתיים, פתרו אותם בעל-פה ואמרו את התוצאה. התרגילים כללו שני מחוברים תלת ספרתיים המורכבים מהספרות 1-9, ללא הספרה 0 וללא מילות "X-עשרה" (לדוגמה,  $248+631$  או  $134+682$ ). היה אסור לכתוב את התרגיל או את תוצאותיו או להשתמש באסטרטגיה חיצונית אחרת כגון, סימון הספרות באוויר או כל טכניקה ויזואלית אחרת. המשתתפים התבקשו להגיד בקול את שלבי החישוב שהם מבצעים. השווינו את תפקוד המשתתפים ל-21 משתתפי ביקורת בגילאים 18-40 ( $M=27$ ),

3.4 (SD=5.4). קריטריון הכניסה למחקר היה לפחות 30% טעויות, כלומר נמוך מהממוצע של קבוצת הביקורת. ל-3 מתוך 4 המשתתפים היה שיעור טעויות גבוה מאד במבדק זה, שהיה נמוך באופן מובהק מקבוצת הביקורת.

### מטלת ספאן ספרות (מתוך סוללת "פריגבי", פרידמן וגבעון, 2008)

המטלה בודקת את קיבולת הזיכרון לטווח קצר של המשתתף. רצפים של ספרות באורכים שונים הושמעו למשתתפים בקצב של ספרה לשנייה, והמשתתפים התבקשו לחזור על כל רצף בסדר בו הוצג. המטלה מורכבת מ-8 רמות (החל מרצף של 2 ספרות ועד לרצף של 9 ספרות), בכל רמה 5 רצפים. טווח הזכירה מוגדר כרמה הגבוהה ביותר שבה המשתתפים זכרו 3 רצפים, כאשר הצלחה בביצוע של 2 רצפים בשלב (מתוך 5 רצפים) מזכה את המשתתפים בחצי נקודה נוספת. קריטריון הכניסה למחקר היה ספאן של לפחות 5. השווינו את תפקוד המשתתפים ל-21 משתתפי ביקורת בגילאים 18-40 ( $M=27$ ,  $SD=5.4$ ). שלושה מבין המשתתפים הראו ספאן ספרות בטווח הנורמה.

### מטלת ספאן לאחור

המטלה בודקת את קיבולת הזיכרון הפעיל והועברה בצורה דומה למטלת ספאן ספרות שתוארה לעיל. ההבדל היחיד היה שבמטלה זו על המשתתפים לחזור על כל רצף ספרות בצורה הפוכה – מהסוף להתחלה. לדוגמה, אם רצף הספרות שהוצג למשתתפים הינו 1-3-6, על המשתתפים לחזור 6-3-1. קריטריון כניסה למחקר היה ספאן של לפחות 3.5.

### טבלה 2. תוצאות מטלות הסינון.

משתתף/ת	עובדות יסוד (אחוז טעויות)	חישוב רב ספרתי (אחוז טעויות)	ספאן ספרות	ספאן ספרות לאחור
GLMS	6.6%	40%	6.5	5
LIDZ	3.3%	*70%	7	5
RZHN	3.3%	**80%	6.5	6
YRYR	6.6%	**80%	5.5	4.5
קבוצת ביקורת		$M=28\%$ ( $SD=18\%$ )	$M=7$ ( $SD=0.8$ )	

Crawford and Howell (1998) t-test, \*  $p < .05$  \*\*  $p < .01$

## 2.3 הליך וכלים

לאחר מפגש הסינון התקיימו 3 מפגשים פרטניים באופן וירטואלי, ב"זום", אשר התנהלו באופן הבא: במפגש הראשון והשלישי – מטלת חישוב רב-ספרתי, במפגש השני – מטלת חישוב רב-ספרתי עם חזרה בסוף.

### חישוב רב-ספרתי (נספח ג')

המשתתפים פתרו בעל-פה 120 תרגילי חיבור רב-ספרתיים. המטלה התפרסה על פני 2 פגישות (בכל פגישה 60 תרגילים שונים). התרגילים כללו שני מחוברים תלת ספרתיים המורכבים מהספרות 1-9, ללא הספרה 0 וללא מילות "X-עשרה" (לדוגמה, 248+631 או 134+682). המשתתפים הונחו לפתור את התרגילים בעל-פה בכל אסטרטגיה שבחרו. היה אסור להם לכתוב את התרגיל, את תוצאותיו או להשתמש באסטרטגיה חיצונית אחרת.

כגון לסמן את הספרות באוויר, לדמיין אותן, או כל טכניקה ויזואלית אחרת. כל תרגיל שהושמע למשתתפים, הם חזרו עליו בקול פעם אחת, ואז פתרו אותו. מטרת החזרה הייתה לוודא כי שמעו את התרגיל כראוי. אם היו טעויות בחזרה, התרגיל נפסל וחזרנו אליו בסוף המפגש. כדי לאפשר ניתוח מפורט של הטעויות, אספנו פרוטוקול מילולי של פתרון התרגיל – המשתתפים התבקשו להגיד בקול, תוך כדי פתרון התרגיל, את שלבי החישוב שהם ביצעו ואת רצף מחשבתם באופן כללי (למשל, אם הם חזרו על התרגיל בראש או התלבטו לגבי אופן החישוב).

#### חישוב רב-ספרתי עם חזרה בסוף

מטלה זו זהה למטלת החישוב הרב-ספרתי שתוארה לעיל, בהבדל אחד: לאחר פתרון התרגיל, המשתתפים התבקשו לומר את התרגיל המקורי אותו שמעו. גם כאן נאסף פרוטוקול מילולי של פתרון התרגיל והחזרה על התרגיל המקורי בסופו.

#### 2.4 סיווג טעויות

ניתוח הטעויות התבצע ברמת המילה – כלומר, כל מילת מספר שנאמרה במהלך פתרון התרגיל, כולל חזרה על אופרנדים תוך כדי התרגיל (במטלה השנייה גם בסופו). מילים אלה כללו גם את האופרנדים וגם את תוצאות הביניים, כאשר כל אופרנד/תוצאה מורכבים מכמה מילות מספר. תשובה סווגה בתור נכונה באחד משני מצבים: (1) המשתתף אמר את מילת המטרה הנכונה. (2) המשתתף חזר על מילת המספר כפי שאמר את המילה המתאימה באותו אופרנד/תוצאה בפעם הקודמת, גם אם מילת מספר זו אינה מילת המטרה. קריטריון זה אומר, למעשה, ש"טעויות נגררות" לא נספרו בתור טעות אלא בתור תשובה נכונה. למשל, אם המשתתפים פתרו את התרגיל  $623+145$  כך: " $3+5=8$ ", " $20+40=60$ ", אז ביחד זה  $67$ ,  $600+100=700$ , ובסך הכל זה  $767$ ". הטעות בתוצאה של ספרת היחידות (אמירת 7 במקום 8) נספרה רק פעם אחת, בשלב בו היא התרחשה בפעם הראשונה.

סיווג הטעויות התמקד בטעויות מסוג החלפה – מצבים בהם המשתתפים אמרו ספרה אחת במקום אחרת. לדוגמה, עבור התרגיל  $23+45$  נאמר  $23+46$ . בנוסף, סיווגנו את הטעויות לפי מיקומן – טעויות בחזרה על מילות אופרנד לעומת טעויות בחזרה על תוצאות הביניים:

**טעות אופרנד** היא מצב בו המשתתף אמר אופרנד באופן שגוי, בין אם בשלב של חזרה על האופרנדים או בשלב חישוב שכלל אופרנדים בתוכו. לדוגמה עבור התרגיל  $23+45$  נאמר  $23+46$  או  $23+23$ .

**טעות תוצאה** היא מצב בו המשתתף חזר באופן שגוי על מילה מתוצאת-ביניים שכבר חישב ואמר קודם לכן. טעות כזו יכולה להתרחש רק בשלבים שלא כוללים את החיבור של שני אופרנדים: או בזמן חזרה על תוצאות הביניים (למשל כדי להזכיר לעצמו), או בזמן מתן התשובה הסופית. לדוגמה, אם בתרגיל  $23+45$  המשתתף חישב  $58=23+45$  ולאחר מכן אמר את התוצאה הסופית של התרגיל בתור 59 (במקום 58). טעויות בחישוב עצמו, למשל "20 ועוד 40 שווה 70", לא סווגו כטעות תוצאה כיוון שהנחנו שהן לא נובעות מרכיב הזיכרון אלא מטעות חישוב.

### 3 תוצאות

בניתוח התוצאות התמקדנו בשני סוגי טעויות: טעויות בחזרה על מילת אופרנד (להלן "טעויות אופרנד"), וטעויות בחזרה על תוצאת ביניים שנאמרה קודם לכן (להלן "טעויות תוצאה"). יחידת הניתוח היתה כל מילת מספר מתוך האופרנד/תוצאה שהמשתתף אמר בפתיחת התרגיל (גם אם חזר על אותה מילה מספר פעמים).

בשלב החישוב של שתי המטלות יחד, כל אחד מהמשתתפים ביצע יותר טעויות תוצאה מאשר טעויות אופרנד (טבלה 3, תרשים 3א). ממצא זה תואם את ממצאיה של שָׁנִי (2020).

**טבלה 3.** אחוז טעויות האופרנד או התוצאה בשלב בחישוב בשתי המטלות יחד

משתתף/ת	אחוז הטעויות הכללי מתוך סך התרגילים	טעויות בחזרה על אופרנדים מתוך סך המילים	טעויות בחזרה על תוצאת ביניים מתוך סך המילים	השוואה בין שני מיקומי הטעויות
GLMS	20%	1.2%	4.5%	$\chi^2=21.6, p<.001$
LIDZ	43%	3.2%	7%	$\chi^2=20.9, p<.001$
RZHN	40%	2%	6.15%	$\chi^2=21.9, p<.001$
YRYR	45%	1.4%	8.7%	$\chi^2=91.4, p<.001$

כזכור, הצענו 3 הסברים אפשריים לדיסוציאציה זו: (1) היפותזת הייצוגים השונים, אשר טוענת כי ליקוי סלקטיבי באחד הייצוגים יגרום לטעויות סלקטיביות בייצוג הפגוע. (2) היפותזת מעברי המידע – לפיה הטעויות בחזרה על תוצאות הביניים נגרמות מליקוי סלקטיבי במעבר מה-Region of direct access (להלן RDA) אל ה-Activated part of Long-Term Memory (להלן ALTM). (3) היפותזת שימור המידע לאורך זמן – הטוענת כי ככל שעובר יותר זמן בין הרגע בו המשתתפים אמרו מילת מספר ועד הרגע בה הם היו צריכים לשלוף אותה שוב, אחוז הטעויות יגדל. כעת ננסה להכריע בין ההיפותזות השונות ולהבין מה עומד בבסיס ההבדל בין הטעויות.

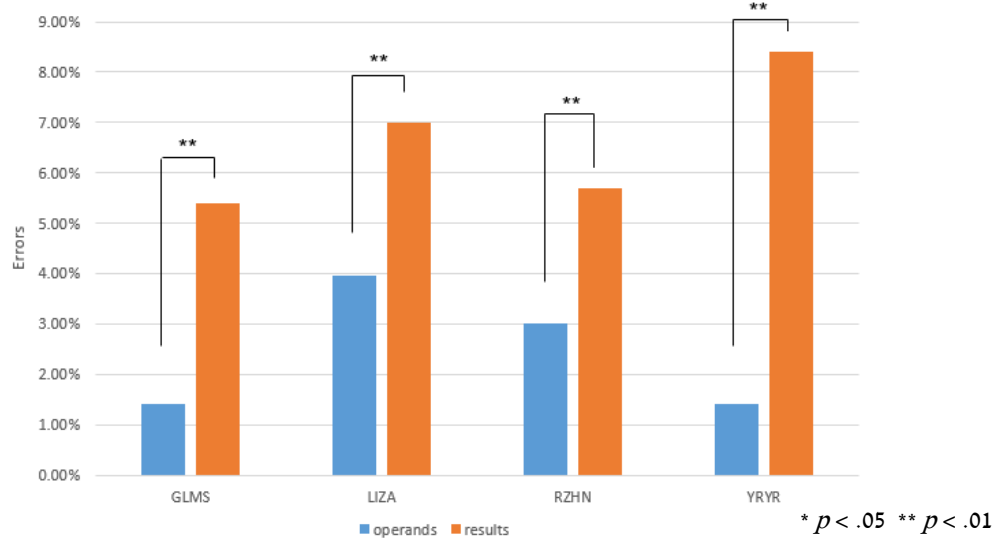
#### 3.1 היפותזת הייצוגים השונים

לפי היפותזה זו קיימים ייצוגים שונים לאופרנדים ולתוצאות הביניים, וליקוי סלקטיבי באחד הייצוגים יגרום לטעויות סלקטיביות בייצוג הפגוע: ליקוי סלקטיבי בייצוג האופרנדים יבוא לידי ביטוי בטעויות אופרנד, ואילו ליקוי סלקטיבי בייצוג הביניים יבוא לידי ביטוי בטעויות תוצאה. על מנת לבדוק את ההיפותזה, ניתחנו את מטלת החישוב עם חזרה בסוף והשווינו בין אחוז טעויות האופרנד בשלב החישוב, אחוז טעויות האופרנד בשלב החזרה לאחר פתרון התרגיל (להלן "שלב החזרה"), ואחוז טעויות התוצאה (שקיימות כמובן רק בשלב החישוב).

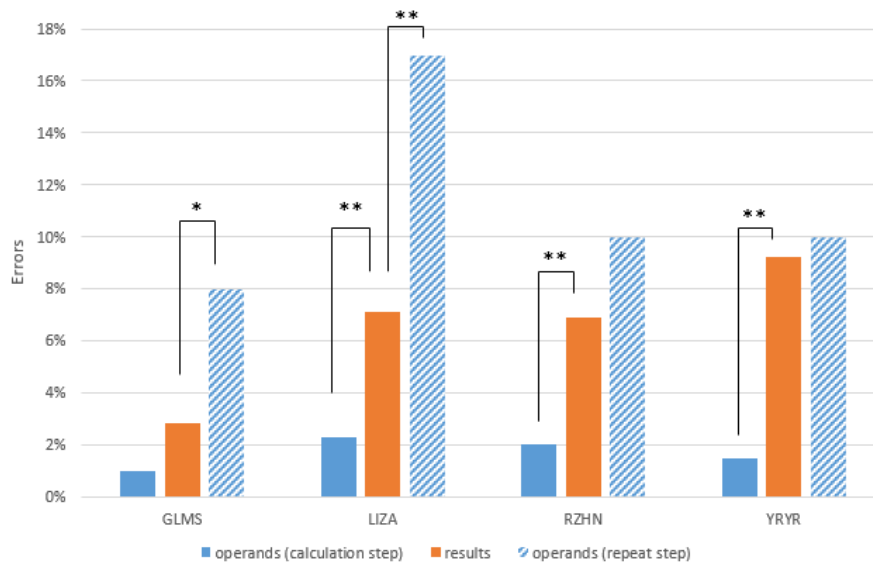
היפותזת הייצוגים השונים טוענת שהגורם הקובע את שיעור הטעויות הוא לא השלב בחישוב אלא הייצוג של אותה המילה (אופרנד/תוצאה). מכאן נובעים שני ניבויים עיקריים: (1) לא ימצא הבדל בין אחוז טעויות האופרנד בשלב החישוב לבין שיעורן בשלב החזרה. (2) אחוז טעויות האופרנד, גם בשלב החישוב וגם בשלב החזרה, יהיה נמוך יותר מאחוז טעויות התוצאה.

הממצאים (תרשים 3ב, טבלה 4) מפריכים את שני הניבויים הללו: (1) אחוז טעויות האופרנד לא היה קבוע אלא השתנה בהתאם לשלב בתרגיל. בעת החזרה אחוז הטעויות היה גבוה יותר מאחוז הטעויות בעת

החישוב (הבדל מובהק אצל כל המשתתפים). (2) אחוז טעויות האופרנד לא היה נמוך יותר מאחוז טעויות התוצאה באופן עקבי, אלא השתנה בהתאם לשלב בתרגיל; בשלב החישוב אחוז טעויות האופרנד היה נמוך מאחוז טעויות התוצאה, אבל בשלב החזרה אחוז טעויות האופרנד היה גבוה יותר מאחוז טעויות התוצאה. הבדלים אלה היו מובהקים אצל רוב המשתתפים.



### תרשים 3א. שיעור הטעויות במטלת החישוב ללא חזרה בסוף.



**תרשים 3ב.** שיעור הטעויות במטלת החישוב עם חזרה בסוף נוגד את הניבוי של היפותזת הייצוגים השונים: אצל כל המשתתפים, שיעור טעויות האופרנד בשלב החישוב היה נמוך במובהק משיעורן בשלב החזרה, ואחוז טעויות התוצאה היה ברמת-ביניים בין שני אלה.

**טבלה 4. אחוזי טעויות אופרנד/תוצאה בשלבים השונים של המטלה**

משתתף/ת	טעויות אופרנד בשלב החישוב לעומת טעויות תוצאה	טעויות אופרנד בשלב החזרה לעומת טעויות תוצאה	טעויות אופרנד בשלב החישוב לעומת טעויות תוצאה
GLMS	Fisher's $p=.09$	$\chi^2=5.45, p<.05$	$\chi^2=35, p<.001$
LIDZ	$\chi^2=15.2, p<.001$	$\chi^2=14.17, p<.001$	$\chi^2=88.5, p<.001$
RZHN	$\chi^2=18.47, p<.001$	$\chi^2=2.71, p=0.8$	$\chi^2=57.4, p<.001$
YRYR	Fisher's $p<.001$	$\chi^2=0.062, p=.09$	$\chi^2=59.9, p<.001$

הסבר אלטרנטיבי עשוי לטעון כי ממצאים אלה מתקיימים רק במטלת החישוב השנייה (עם חזרה על התרגיל המקורי) ולא במטלות חישוב באופן כללי. לפי הסבר זה, הממצאים נובעים מהעובדה שהמשתתפים מודעים לכך שעליהם לשמר את האופרנדים בזיכרון (ולא יכולים להשמיט אותם בסוף החישוב) ולכן רמת האקטיבציה של האופרנדים בזיכרון במטלה זו הינה אחרת מאשר במטלת החישוב ללא חזרה, דבר שעשוי להשפיע על אחוז הטעויות. לפי הסבר זה, הגורם שמשפיע על אחוז הטעויות הוא לא סיווג מילת-המספר (אופרנד / תוצאה) כשלעצמו, אלא סיווג המילה רק בהקשר של מטלה ספציפית – מטלת החישוב ללא חזרה בסוף.

על מנת לבחון טענה זו ביצענו, עבור כל נבדק, ניתוח שבדק את ההשפעה של סוג המטלה (מטלת חישוב ללא חזרה בסוף / מטלת חישוב עם חזרה בסוף) ושל סוג הפריט (טעויות תוצאה / טעויות אופרנד) על שיעור הטעויות. בנייתו זה השתמשנו ברגרסיה לוגיסטית, בה נותחו כל המקרים בהם המשתתף חזר על מילת אופרנד או מילת תוצאה שנאמרה קודם לכן. המשתנה התלוי היה האם המילה נאמרה עם או בלי טעות. המנבאים היו סוג המטלה, סוג הפריט, והאינטראקציה ביניהם.

ההסבר האלטרנטיבי מנבא אפקט עיקרי לסוג המטלה ו/או לאינטראקציה, ולא בהכרח מנבא אפקט עיקרי של סוג הפריט. הממצאים היו בדיוק הפוכים: אצל כל המשתתפים נמצא אפקט עיקרי עבור סוג פריט, לא נמצא אפקט עיקרי עבור סוג המטלה, ולא נמצאה אינטראקציה (טבלה 5). תוצאות אלו מפריכות את ההסבר האלטרנטיבי.

לפיכך, הממצאים שתוארו בפרק זה אכן מפריכים את היפותזת הייצוגים השונים. ההבדל בין שיעור הטעויות באופרנדים לבין שיעור הטעויות בתוצאות לא נובע מכך שיש להם ייצוגים שונים, אלא מגורם אחר. יתכן וגורם זה נובע מההסברים שמציעות היפותזות מעברי המידע והיפותזת שימור המידע לאורך זמן: שתי ההיפותזות האלה מנבאות כי אחוז טעויות האופרנד בשלב החישוב יהיה נמוך יותר הן מאחוז טעויות האופרנד בשלב החזרה והן מאחוז טעויות התוצאה.



**טבלה 5.** תוצאות הרגרסיה הלוגיסטית אשר נועדה לבדוק את ההסבר האלטרנטיבי לפיו ממצא שיעור טעויות האופרנד בשלב החישוב היה נמוך במובהק משיעורן בשלב החזרה, ואחוז טעויות התוצאה היה ברמת-ביניים בין שני אלה מתקיים רק במטלת החישוב עם החזרה ולא במטלות חישוב באופן כללי. הניתוח נעשה ברמת המילה (מילת אופרנד / מילת תוצאה) והמשתנה התלוי היה האם המילה נאמרה עם או בלי טעות. בניגוד לניבוי של ההסבר האלטרנטיבי, נמצא אפקט מובהק לסוג פריט אך לא נמצא אפקט מובהק עבור סוג המטלה ולא נמצאה אינטראקציה.

גורם		GLMS	LIDZ	RZHN	YRYR
סוג פריט	Odds ratio	0.27	0.51	90.2	0.19
	CI	0.55 – 0.13	0.33 – 0.79	0.18 – 0.46	0.11 – 0.31
	Wald test	$\chi^2=12.8, p<.001$	$\chi^2=8.9, p<.01$	$\chi^2=25.7, p<.001$	$\chi^2=41.8, p<.001$
מטלה	Odds ratio	0.65	1.01	1.05	0.66
	CI	0.27 – 1.56	0.59 – 1.71	0.62 – 1.7	0.39 – 1.14
	Wald test	$\chi^2=0.9, p=0.3$	$\chi^2=0.002, p=0.9$	$\chi^2=0.03, p=0.8$	$\chi^2=2.1, p=0.1$
אינטר-אקציה	Odds ratio	2.66	0.89	0.95	1.2
	CI	0.75 – 9.3	0.42 – 1.87	0.48 – 1.9	0.55 – 2.58
	Wald test	$\chi^2=2.3, p=0.1$	$\chi^2=0.08, p=0.7$	$\chi^2=0.01, p=0.9$	$\chi^2=0.2, p=0.6$

### 3.2 היפותזת שימור המידע לאורך זמן

הסבר נוסף לכך ששיעור טעויות האופרנד בשלב החישוב היה נמוך במובהק משיעורן בשלב החזרה, ושיעור טעויות התוצאה היה ברמת-ביניים בין שני אלה, מתייחס להשפעה של חלוף הזמן. על פי הסבר זה, ככל שעובר יותר זמן בין הרגע בו המשתתפים החלו בתהליך שימור הספרות ועד הרגע בו הם היו צריכים לשלוח אותן שוב, אחוז הטעויות יגדל. למעשה, ההיפותזה מניחה סוג של דעיכה של המידע שעבר תהליך של שימור בזיכרון ככל שהזמן חולף. ההיפותזה לא מתחייבת למנגנון דעיכה ספציפי, אבל ניתן לשער מנגנונים כאלה בקלות: למשל, ייתכן שרמת האקטיבציה של הפריטים בזיכרון הפעיל יורדת ככל שחולף זמן, או בכל פעם שמתבצעת פעולה כלשהי בזיכרון הפעיל (וכאלה מתרחשות כל הזמן).

הניבוי של היפותזה זו מתייחס להשפעת הזמן על תהליך שימור הפריטים ולא עוסק באופן ישיר בהבדל בין סוג הפריטים (אופרנד / תוצאה). עם זאת, הוא עדיין יכול להסביר את הדיסוציאציה: שלב המיזוג של התוצאה הסופית הוא השלב האחרון בפתרון התרגיל, ולכן סביר יותר שבשלב זה אחוז טעויות התוצאה יהיה גבוה יותר כיוון שחלף יותר זמן מאז שהחל תהליך השימור; זאת לעומת אמירת האופרנדים בשלב החישוב, שעשויה להתרחש בשלבים מוקדמים יותר של תהליך השימור. עם זאת, ניבוי זה הינו בגדר אפשרות בלבד ואינו מובן מאליו, כיוון שהוא תלוי באופן בו נגדיר את נקודת ההתחלה של תהליך השימור, וכנגזר מכך – את כמות הזמן שחלפה מאז החל תהליך השימור.

חישבנו את הזמן שחלף מאז תחילת תהליך השימור באופן הבא: ראשית חילקנו את תהליך פתרון התרגיל של המשתתפים למבעים. מבע הוא שלב בתהליך פתרון התרגיל לפי האופן בו המשתתפים תמללו אותו. מבע יכול להיות חזרה על האופרנדים; חיבור של שני מספרים; חזרה על תוצאת ביניים; או מיזוג תוצאת ביניים לתוצאה הסופית. למשל, בתרגיל 23+45, אם המשתתף אמר "20+40", "23+45=68" או אפילו רק "68", התרגיל כולל 2 מבעים: מבע של חישוב ומבע של מיזוג תוצאות ביניים לתוצאה הסופית. הזמן הוגדר בתור מספר המבעים שחלפו מהפעם האחרונה שנאמרה המילה. לדוגמה, נניח שכדי לפתור את התרגיל 23+45

המשתתף אמר 3 מבעים :  $20+40=60 \leftarrow 3+5=8 \leftarrow 68$ . בדוגמה זו, המילה "שישים" בתוצאה היא במרחק של 2 מבעים מהפעם האחרונה שבה נאמרה, לכן מדד הזמן שלה הינו 2. לעומתה, המילה "שמונה" בתוצאה נאמרה בשני מבעים רצופים, ולכן מדד הזמן שלה הינו 1.

היפותזת שימור המידע לאורך זמן מתבססת על הרעיון של דעיכת תהליך השימור. הנחה סבירה היא שתהליך הדעיכה בזיכרון מתחיל רק כאשר המילה "יוצאת" מתהליך השינון והשימור של הלולאה הפונולוגית, לפיכך הכללנו בניתוח רק מקרים בהם נראה שהמילה יצאה מתהליך השימור בלולאה הפונולוגית. לשם כך, הגדרנו את הרעיון של "Shift" בין מבעים – מצב בו יש שינוי בנתונים הנמצאים בזיכרון בין מבע למבע. אם לא התבצע Shift, הנחנו שהנתונים עדיין נמצאים בתהליך של שימור בלולאה הפונולוגית, ולא מתקיים תהליך של דעיכה. לצורך קביעת Shift התעלמנו מהערך הספציפי של הספרות, כיוון שיתכן שהמשתתפים טעו בערך הספרה אך תהליך השימור של אותו גורם עשורני עדיין לא נפסק, ולמעשה ערך הספרה החדש החליף את הערך המקורי. כלומר, מצב של Shift הוגדר כשינוי בקטגוריה העשורנית של המילים שנאמרות, ללא התחשבות בערכי הספרות הספציפיות. לדוגמה, אם משתתף אומר 30 ואח"כ 3, יש שינוי בקטגוריה העשורנית, אבל אם הוא אומר 30 ואח"כ 40, אין שינוי כזה.

בהתאמה, הכללנו בניתוח רק את המבעים בהם היה Shift בהשוואה למבע הקודם. כדי לקבוע אם היה Shift בין שני מבעים רצופים, השווינו את האופרנדים והתוצאות של שני המבעים מבחינת תפקידם העשורני. לדוגמה, אם מבע אחד היה  $23+45$  והמבע אחריו היה  $7+5$ , קיים הבדל בין המבעים מבחינת התפקידים העשורניים (באחד יש חיבור של עשרות ויחידות ובאחר יש חיבור של יחידות בלבד), כלומר היה Shift במבע השני בהשוואה לראשון ולכן שני המבעים ייכללו בניתוח. לעומת זאת, אם מבע אחד היה  $23+45$  והמבע אחריו היה  $27+45$ , אין הבדל בין המבעים מבחינת התפקידים העשורניים (בשניהם יש חיבור של עשרות ויחידות), כלומר לא היה Shift במבע השני בהשוואה לראשון, והמבע השני לא ייכלל בניתוח. ספציפית, הגדרנו ש-Shift מתקיים במצבים הבאים :

1. כאשר היה שינוי בתפקידים העשורניים בין המבעים. למשל, מבע אחד הוא  $623+145$  (מאות + עשרות + יחידות) והמבע אחריו הינו  $20+40$  (עשרות בלבד).
2. כאשר התבצע מעבר ממבע של חישוב למבע של מיזוג תוצאת ביניים או תוצאה סופית. למשל, המבע הראשון היה  $20+40=60$  והמבע השני היה 760.
3. כאשר התווספה או נשמטה תוצאה באמירת האופרנדים במבע השני, לאחר שבמבע הראשון נאמרו רק האופרנדים. למשל, במבע הראשון נאמר  $20+40$  ואילו במבע השני נאמר  $20+40=60$ .

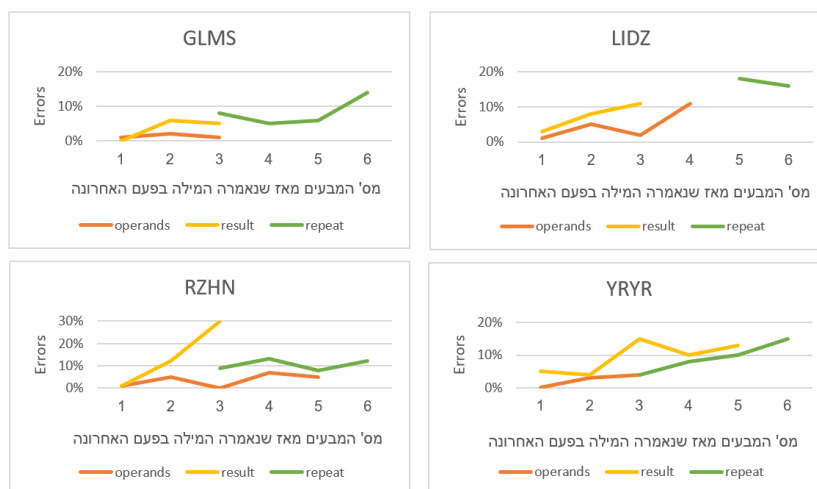
על מנת לבחון האם הזמן משפיע על אחוז הטעויות, ביצענו רגרסיה לוגיסטית על מילות המספר שנאמרו במהלך החישוב. המשתנה התלוי היה האם המילה נאמרה עם או בלי טעות. המנבאים היו סוג המילה (תוצאה או אופרנד) והזמן מאז נאמרה לאחרונה, כפי שהוגדר לעיל (להלן, "הזמן"). אצל כל המשתתפים נמצאו שני האפקטים העיקריים – הן אפקט עיקרי של סוג פריט והן אפקט עיקרי של הזמן (בדיקת מובהקות ע"י מבחן Wald, טבלה 6). כדי לשלול את האפשרות שממצאים אלה נובעים ממתאם בין שני המנבאים, ולבדוק אם לכל אחד מהגורמים יש השפעה מובהקת מעבר לגורם השני, הרצנו עבור כל משתתף רגרסיה היררכית, כאשר בשלב ראשון הכנסנו את אחד הגורמים ובשלב שני את הגורם השני (2 רגרסיות היררכיות, באחת הגורם הראשון היה

הזמן ובשנייה סוג הפריט). בשתי הרגרסיות האלה היה הבדל מובהק בין השלב הראשון לשני, כלומר גם לזמן וגם לסוג הפריט הייתה השפעה מובהקת בנוסף לגורם האחר (טבלה 6).

**טבלה 6.** תוצאות הרגרסיות שנועדה לבדוק את ההיפותזה לפיה קיימת השפעה של הזמן על רמת הזכירה של המילים. הניתוח נעשה ברמת המילה (מילת אופרנד / מילת תוצאה) והמשתנה התלוי היה האם המילה נאמרה עם או בלי טעות. נמצא אפקט עיקרי הן לזמן והן לסוג פריט.

גורם		GLMS	LIDZ	RZHN	YRYR
סוג פריט	Odds ratio	0.35	0.41	0.38	0.37
	Confidence interval	0.18 – 0.66	0.27 – 0.62	0.24 – 0.59	0.22 – 0.61
	Wald test	$\chi^2=10.4, p<.001$	$\chi^2=17.1, p<.001$	$\chi^2=18.2, p<.001$	$\chi^2=14.5, p<.001$
	Model significance – logistic regression	$\Delta\chi^2=10.5, p<.01$	$\Delta\chi^2=17.3, p<.001$	$\Delta\chi^2=17.8, p<.001$	$\Delta\chi^2=13.3, p<.001$
הזמן	Odds ratio	0.58	0.51	0.55	0.68
	Confidence interval	0.40 – 0.85	0.43 – 0.61	0.46 – 0.66	0.55 – 0.85
	Wald test	$\chi^2=7.8, p<.01$	$\chi^2=51.3, p<.001$	$\chi^2=40.2, p<.001$	$\chi^2=11.7, p<.001$
	Model significance – logistic regression	$\Delta\chi^2=8.02, p<.01$	$\Delta\chi^2=48.1, p<.001$	$\Delta\chi^2=33.5, p<.001$	$\Delta\chi^2=11.2, p<.001$

לפיכך, מצד אחד, היפותזות שימור המידע לאורך זמן אכן נתמכת על ידי הממצאים: ככל שחולף יותר זמן מאז שמילה מסוימת (אופרנד / תוצאה) נאמרה, רמת הזכירה שלה הולכת ופוחתת. הסבר אפשרי להידרדרות הזאת הוא שמתרחש סוג של דעיכה של המידע שעבר תהליך של שימור בזיכרון ככל שהזמן חולף. עם זאת, נקודה קריטית היא שהיפותזות שימור המידע לאורך זמן לא מסבירה את ההבדל בין סוגי הפריטים – כלומר, את הדיסוציאציה המקורית שיצאנו לבדוק, לפיה אמירת מילות האופרנדים הייתה טובה יותר מאמירת מילות התוצאה. זאת מכיוון שלמרות שהניתוח כלל את גורם הזמן, עדיין נמצאה השפעה מובהקת לסוג הפריט (תרשים 4).



**תרשים 4.** שיעור הטעויות באמירת מילות אופרנד/תוצאה עולה ככל שחולף הזמן מהרגע שמילה מסוימת נאמרה, אך ההבדל בין אמירת מילות האופרנדים לאמירת מילות התוצאה נשמר. לפיכך, היפותזת שימור המידע לאורך זמן לא מסבירה את הדיסוציאציה בין מילות אופרנד למילות תוצאה (repeat) הוא השלב בו המשתתפים חזרו על האופרנדים לאחר פתרון התרגיל).

### 3.3 היפותזת מעברי המידע

לפי היפותזת מעברי המידע, ליקוי סלקטיבי במעבר המידע בין רמות האקטיבציה השונות בזיכרון הפעיל יגרום לדפוסי טעויות שונים: אם קיים ליקוי סלקטיבי במעבר מה-RDA אל ה-ALTM, הן אחוז טעויות התוצאה והן אחוז טעויות האופרנד בשלב החזרה יהיו גבוהים יותר מאחוז טעויות האופרנד בשלב החישוב, כיוון שרק פריטי המידע האלה משוחזרים מהזיכרון אחרי שכבר עברו מ-RDA אל ה-ALTM. לעומת זאת, ליקוי בהעברת מידע מהכיוון ההפוך, כלומר מה-ALTM ל-RDA, יבוא לידי ביטוי בטעויות בכל שלבי התרגיל, מכיוון שכבר מהשלב הראשון של החישוב קיים מעבר של האופרנדים שאוחסנו ב-ALTM אל ה-RDA לצורך חישוב התרגיל.

הממצאים (תרשים 3, טבלה 4) תומכים בהיפותזה זו מכיוון שאחוז טעויות התוצאה ואחוז טעויות האופרנד בשלב החזרה היו גבוהים יותר מאחוז טעויות האופרנד בשלב החישוב. על מנת לבסס את המסקנה עוד יותר, מחקרי המשך יוכלו לבחון אם המשתתפים במחקר מציגים את אותו דפוס טעויות גם ברמה הכללית (ולא רק בהקשר של פתרון תרגילים רב-ספרתיים). בנספח ד' אנחנו מציגים רעיון אפשרי למטלה מסוג זה, שדורשת מהמשתתף להעביר מידע מה-RDA אל ה-ALTM באופן מבוקר ולא במסגרת של חישוב רב-ספרתי.

מטרת המחקר הייתה לבדוק לעומק את המנגנונים הקוגניטיביים המעורבים בחישוב מנטלי של אלגוריתם חישובי רב-שלבי, ואת מקורות הקושי בחישוב כזה. לשם כך, בחנו את ביצועיהם של 4 משתתפים המתמודדים עם קשיים במתמטיקה. המשתתפים התבקשו לחבר זוגות של מספרים תלת-ספרתיים בעל-פה, וניתחנו לעומק את דפוס הטעויות שביצעו.

#### 4.1 דיסוציאציה בין טעויות תוצאה לבין טעויות אופרנד

הממצא הראשוני שנמצא, שתאם מחקר קודם בתחום (שני, 2020), היה דיסוציאציה, שנמצאה אצל כל אחד מהמשתתפים, בין אחוז הטעויות בחזרה על תוצאות-ביניים שנאמרו בשלב קודם של החישוב (להלן טעויות תוצאה), שהיה גבוה יחסית, לבין לאחוז הטעויות בחזרה על אופרנדים שנאמרו קודם לכן (להלן טעויות אופרנד), שהיה נמוך יותר. בדקנו 3 היפותזות אפשריות לגבי המקור הקוגניטיבי העומד בבסיס הדיסוציאציה: היפותזת מעברי המידע, שנתמכה על ידי ממצאי המחקר; היפותזת שימור המידע לאורך זמן, שנתמכה על ידי ממצאי המחקר אך לא בתור הסבר לדיסוציאציה; והיפותזת הייצוגים השונים, שלא נתמכה על ידי הממצאים. להלן נדון בפירוט בכל אחת מההיפותזות.

##### 4.1.1 היפותזת מעברי המידע

ממצאי המחקר תומכים בהיפותזת מעברי המידע אשר מערבת שני רכיבים בזיכרון הפעיל: רכיב ה-Region of Direct Access (RDA), שמוחזקים בו מספר קטן של פריטים אשר עליהם מתבצעת מניפולציה, ורכיב ה-Activated part of Long Term Memory (ALTM), שבו נשמר כל המידע הרלוונטי לביצוע המשימה לשם שליפה מאוחרת. ההיפותזה מסבירה את הדיסוציאציה שראינו (שיעור טעויות גבוה-יחסית בחזרה על תוצאות הביניים ובחזרה על האופרנדים בסוף התרגיל, ולעומת זאת שיעור טעויות נמוך יותר בחזרה על האופרנדים תוך כדי החישוב) בתור קושי סלקטיבי בהורדת רמת האקטיבציה של מידע בזיכרון הפעיל, ספציפית קושי בהעברת המידע מ-RDA אל ה-ALTM. קושי במעבר הזה יבוא לידי ביטוי בכל פריט מידע שעבר מניפולציה כלשהי ב-RDA ולאחר מכן "ירד" אל ה-ALTM. במקרה של חישוב, הפריטים הקריטיים האלה כוללים את תוצאות הביניים, שחושבו ב-RDA ואז הועברו ל-ALTM (משם יישלפו בהמשך, בשלב מיזוג תוצאות הביניים); ואת האופרנדים שנשלפו לאחר סיום פתרון התרגיל, אחרי שכבר נעשה בהם שימוש ב-RDA והם הוחזרו משם ל-ALTM לצורך שליפה חוזרת אחרי החישוב. לעומת זאת, הפריטים הקריטיים לא כוללים את האופרנדים שנאמרו בשלב החישוב, כיוון שבשלב זה הם טרם עברו מניפולציה כלשהי ב-RDA ו"ירדו" ממנו אל ה-ALTM. בהתאמה לניבוי של היפותזה זו, גם אחוז טעויות התוצאה, וגם אחוז טעויות האופרנד בשלב החזרה על האופרנדים אחרי החישוב, היו גבוהים יותר מאחוז טעויות האופרנד בשלב החישוב.

קושי סלקטיבי בהעברת מידע מהכיוון ההפוך, כלומר מה-ALTM ל-RDA, צפוי לגרום לטעויות רבות יותר בתהליך החישוב – טעויות בחזרה גם על אופרנדים וגם על תוצאות-ביניים, בכל שלבי התרגיל. זאת כיוון שכבר מהשלב הראשון של החישוב יש מעבר של האופרנדים שאוחסנו ב-ALTM אל ה-RDA לצורך חישובם. תופעה כזאת לא נצפתה אצל המשתתפים במחקר הנוכחי, אך עשויה אולי להתקיים אצל אנשים אחרים, עם מאפיינים קוגניטיביים אחרים.

מחקרים רבים מראים שהזיכרון הפעיל ממלא תפקיד חשוב ביכולות מתמטיות ובפתרון תרגילים. ממצא זה אינו מפתיע, כיוון שמטלות אלה דורשות, בין היתר, אחסון מידע לטווח קצר ובו זמנית ביצוע מניפולציה על המידע המאוחסן (Peng, Namkung, Barnes, & Sun, 2016).

על פי ההגדרה, עדכון של הזיכרון הפעיל כרוך בהחלפת מידע שאינו רלוונטי עוד במידע חדש. לפיכך ניתן לתאר את תהליך העדכון כתהליך דו-כיווני – מידע שאינו רלוונטי עוד מוסר ואילו מידע חדש מקודד כדי להחליף אותו (Ecker, Oberauer, & Lewandowsky, 2014).

אחד התהליכים החשובים בזיכרון פעיל שמוזכר בספרות הוא תהליך ה-removal (להלן: "הסרה"). הסרה היא תהליך של הוצאת מידע שאינו רלוונטי עוד מהזיכרון הפעיל, במטרה לפנות מקום למידע רלוונטי (Lewis-Peacock, Kessler, & Oberauer, 2018). מודלים של זיכרון פעיל מניחים שההסרה היא תהליך אקטיבי, ולא תוצר לוואי של חוסר-שימור המידע או של דעיכה טבעית של המידע בזיכרון. הרעיון הוא שכדי ליעל את תהליך העדכון, ולהתמודד עם המגבלות של קיבולת הזיכרון הפעיל, מתבצעת הסרה אקטיבית של מידע שאינו רלוונטי עוד באמצעות תהליך ההסרה (Ecker et al., 2014).

Ecker, Lewandowsky & Oberauer (2014) טענו כי תהליך ההסרה הוא מרכיב מרכזי במנגנון העדכון של הזיכרון הפעיל, כולל במטלות חישוב שונות, אפילו הבסיסיות ביותר: כאשר מחשבים תרגיל בעל פה יש צורך להחליף את האופרנדים (מידע ישן) בתוצאה (מידע חדש). לדוגמה, לאחר חישוב תרגיל הכפל 3 כפול 8 יש להסיר את האופרנדים 3 ו-8 ולעדכן (לשמר) את התוצאה 24.

קיימים שני מנגנונים נפרדים של עדכון המידע בזיכרון הפעיל וארגונו: המנגנון הראשון הוא מנגנון ה-Maintenance (להלן "שימור"): תפקידו להחזיק את המידע ולמקד את הקשב במידע הרלוונטי על מנת להפחית את הסבירות של איבוד המידע בעקבות הסחות. המנגנון השני הוא מנגנון ה-Disengagement (להלן "הסרה"): מטרתו להוציא מידע לא רלוונטי מהזיכרון הפעיל על מנת להפחית את העומס על הזיכרון (Shipstead, Harrison & Engle, 2016).

כדי שתהליך ההסרה (disengagement) יתבצע, יש לקודד מראש – לפני ביצוע ההסרה עצמה – אילו פריטים יהיה צורך לשמר ואילו פריטים יהיה צורך להסיר (Lewis-Peacock et al., 2018). בחיבור רב-ספרתי, הפריטים להסרה ולשימור ידועים מראש על פי אלגוריתם החישוב. מתוך האלגוריתם המתמטי הספציפי ניתן לגזור – עבור כל מילת מספר בכל שלב בחישוב – האם מילת המספר רלוונטית לשימור או להסרה. למשל, כאשר אנחנו מחברים 2 מספרים רב ספרתיים ומשתמשים באלגוריתם לפיו מסכמים את המיקומים העשרוניים בזה אחר זה (יחידות – עשרות – מאות וכו'), אנו יודעים מראש כי לאחר חישוב של מיקום עשרוני מסוים ניתן להסיר את האופרנדים אך יש לשמר את תוצאות הביניים לצורך מיזוגן בהמשך לתוצאה הסופית. אלגוריתמים אחרים של חיבור רב-ספרתי יכתיבו הגדרות שונות של הפריטים להסרה ולשימור. כך למשל, קידוד הפריטים לשימור ולהסרה יהיה שונה באלגוריתם עם חציית עשרת לבין אלגוריתם ללא חציית עשרת, ויהיה שונה אפילו בין אלגוריתמים שמציעים דרכי פתרון שונות לאותו תרגיל מתמטי. למעשה, מכל אלגוריתם חישובי נגזר לא רק רצף הפעולות האריתמטיות שצריך לבצע, אלא גם הגדרה ספציפית של אופן ניהול משאבי הזיכרון הפעיל תוך

כדי תהליך החישוב. השערה אפשרית היא שרכישת מיומנות באלגוריתם חישובי חדש כוללת, בין השאר, גם אימון ואוטומטיזציה של אופן ניהול משאבי הזיכרון במהלך החישוב. אם השערה זו נכונה, ייתכן שאחד מגורמי הקושי בלמידת אלגוריתמים של חישוב בביה"ס הוא, בין היתר, הצורך ללמוד וליישם שיטה חדשה, שלא היינו רגילים אליה קודם לכן, לחלוקת פריטי המידע לקבוצות של שימור והסרה.

הסרה יכולה להיות הסרה חלקית, בה חלק מהמידע יוצא מהזיכרון וחלק אחר של המידע נשאר בו, או הסרה מלאה. הבחירה בין 2 אפשרויות אלה תהיה בהתאם לדרישות המטלה (אם המידע דרוש בהמשך החישוב או לא). כאשר מתבצעת **הסרה חלקית**, חלק מהמידע נשאר בזיכרון הפעיל ברמת אקטיבציה גבוהה, ואילו רמת האקטיבציה של שאר המידע, שאינו רלוונטי עוד, יורדת על מנת לפנות מקום לעיבוד מידע חדש. כדי לבצע תהליך של הסרה חלקית של מידע מהזיכרון הפעיל, על המשתתף לקודד את הפריטים בשתי קבוצות כאמור לעיל – פריטים להסרה ופריטים לשימור. **הסרה מלאה** של המידע מתרחשת כאשר כל פריטי המידע בזיכרון הפעיל כבר לא רלוונטיים יותר, ואפשר להסיר את כולם (Lewis-Peacock et al., 2018). בחישוב רב ספרתי בעל-פה, ניתן לשער שתוך כדי שלבי החישוב מתבצעת בעיקר הסרה חלקית: אחרי חישוב תוצאת ביניים, האופרנדים מוסרים לגמרי מהזיכרון הפעיל אך תוצאת הביניים נשמרת ב-ALTM כיוון שיהיה בה צורך בהמשך, בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. בסיום החישוב, ייתכן שמתבצעת הסרה מלאה של כל המידע. בתחילת החישוב, אחרי שהמשתתפים שמעו את התרגיל אבל טרם התחילו לחשב אותו, ניתן להניח שמתבצעת הסרה מלאה של כל המידע (האופרנדים) מה-RDA, אם כי בניגוד לסיום החישוב, כאן המידע לא מוסר מהזיכרון הפעיל באופן מוחלט אלא עובר ל-ALTM. שלב זה עובר באופן תקין יחסית, ולכן יש פחות טעויות באמירת האופרנדים. מכאן שאם התיאור לעיל של תהליכי ההסרה בזמן החישוב הוא מדויק, ניתן להסיק שהקושי של המשתתפים במחקר זה הוא לא בכל תהליך הסרה באשר הוא, אלא רק בהסרה חלקית.

מורכבות תהליכי ההסרה והשימור שנגזרים מאלגוריתמים מתמטיים, וההבדל בין "אסטרטגיות ההסרה" של אופרנדים ושל תוצאות ביניים, עשויים להיות הסיבה לכך שהקושי הסלקטיבי בהסרה נמצא במחקר זה אך לא התגלה במחקרים רבים אחרים. כדי למצוא את הקושי הספציפי בהסרה, יש להשתמש במטלה בה מידע מוסר מהזיכרון ובכל זאת נעשה בו שימוש בהמשך; וכדי למצוא את הדיסוציאציה המרכזית שעסקנו בה כאן, יש צורך במטלה בה חלק המידע שנבדק בהמשך עבר תהליך הסרה בשלב מוקדם יותר (כמו במקרה של תוצאות ביניים), וחלק אחר של המידע לא עבר תהליך הסרה כזה (כמו במקרה של אופרנדים). שני המאפיינים הללו מתקיימים באופן טבעי במטלה של חיבור רב-ספרתי בעל-פה, אבל לא מתקיימים בהרבה מטלות-מעבדה שמקובל להשתמש בהן לבדיקת זיכרון פעיל. מחקרים עתידיים, שיבקשו לבדוק באופן מעמיק יותר את אתגר ההסרה, יוכלו לפתח פרדיגמות מחקריות שמקיימות את שני המאפיינים הנ"ל, ויצליחו אולי להתמקד בהיבטים ספציפיים של הסרה עוד יותר ממטלת החישוב בעל-פה (נספח ד' מתאר דוגמה למטלה אפשרית כזאת).

#### *מקור הקושי של המשתתפים במחקר*

ההסבר הסביר ביותר למקור הקושי של המשתתפים במחקר הוא במנגנון ההסרה. ספציפית, מקור הקושי יכול להיות באחד משני תני תהליכים הקשורים למנגנון ההסרה: אפשרות אחת היא קושי בחלוקת המידע בין מידע להסרה ומדעי לשימור ובקידוד אפקטיבי של החלוקה הזאת. קושי בשלב זה יכול לגרום לקידוד שגוי של המידע להסרה ולשימור. אפשרות שנייה היא קושי בתהליך ההסרה עצמו – למשל, ליקוי שפוגע ביכולת

לשלוט על רמת האקטיבציה של המידע, וכתוצאה ממנו המשתתפים מסירים את המידע באופן שלא תואם את הקידוד שהתבצע, או לחליפין מסירים מידע לחלוטין מהזיכרון הפעיל (המידע "חוזר" ל-LTM) במקום להעביר אותו לרמת-ביניים (ALTM).

כאמור, מוקד הקושי, כלומר "צוואר הבקבוק" הקוגניטיבי, הוא במנגנון ההסרה. עם זאת, מקור הליקוי של המשתתפים הוא עדיין שאלה פתוחה. האפשרות הטריטוריאליה היא שיש למשתתפים ליקוי בתהליך ההסרה עצמו (ליתר דיוק – באחד משני ההיבטים הנ"ל של תהליך ההסרה או בשניהם), וכתוצאה מכך הם מבצעים הסרה לא יעילה. אפשרות שניה היא שתהליך ההסרה הוא מאתגר ומהווה "צוואר הבקבוק" לא רק אצל המשתתפים במחקר אלא גם אצל אנשים עם יכולות חישוב תקינות, אבל אצל המשתתפים שלנו הקושי הזה הועצם בגלל ליקוי אחר כלשהו, למשל קיבולת זיכרון פעיל נמוכה. מחקרי המשך יוכלו לבדוק לעומק את מקור הליקוי המדויק. עם זאת, למרות שזיהוי מדויק של מקור הליקוי הוא שאלה תיאורטית מעניינת, לא בטוח שיש לה משמעות פדגוגית מעשית: מבחינה תפקודית, ברור שמוקד הקושי של המשתתפים הוא תהליך ההסרה, והנחה סבירה היא שיהיה הליקוי המדויק אשר יהיה, אסטרטגיית טיפול אפקטיבית תתמקד בתהליך ההסרה.

#### 4.1.2 היפותזת שימור המידע לאורך זמן

היפותזה נוספת למקור הדיסוציאציה בין טעויות תוצאה לבין טעויות אופרנד, שלא הצליחה להסביר את הממצאים, היא היפותזת שימור המידע לאורך זמן. הסבר זה טוען כי ככל שעובר יותר זמן בין הרגע בו המשתתפים החלו תהליך של שימור הספרות ועד הרגע בו הם היו צריכים לשלוף אותן שוב, כלומר בין הרגע בו אמרו מילת מספר עד שהיו צריכים לשלוף אותה שוב, אחוז הטעויות יגדל. היפותזה זו מנבאת יותר טעויות תוצאה מאשר טעויות אופרנד, מתוך הנחה שהזמן שחולף בין מבעים עוקבים של מילות תוצאה ארוך יותר מאשר בין מבעים עוקבים של מילות אופרנד.

ההיפותזה לא מתחייבת למנגנון דעיכה ספציפי, אך ניתן לשער כאלה בקלות על פי מודלים קיימים של זיכרון פעיל. למשל, על פי מודל הזיכרון הפעיל של Baddeley, אחד הרכיבים שמטרתו למנוע את דעיכת הפריטים בזיכרון הפעיל ולסייע לשמר את המידע לאורך זמן הוא הלולאה הפונולוגית (Phonological Loop). תפקידו של רכיב זה הוא לשמר בזיכרון הפעיל פריטים פונולוגיים – מילוליים באמצעות שינון וחזרה. רכיב זה מוגבל בכמות הפריטים אשר נשמרים ועוברים שינון ולכן מתרחשת דעיכה ("שכחה") של הפריטים כאשר הם יוצאים מהלולאה הפונולוגית (Ecker et al., 2014 ; Baddeley, 2010).

ההיפותזה לא הצליחה להסביר את הממצאים באופן מלא – גם כאשר עשינו בקרה סטטיסטית על גורם הזמן, עדיין נמצאו יותר טעויות תוצאה מאשר טעויות אופרנד. עם זאת, למרות שגורם הזמן לא הסביר את הדיסוציאציה שנמצאה במחקר, הוא כן השפיע על אחוז הטעויות: אחוז הטעויות עלה ככל שעבר יותר זמן בין הרגע בו המשתתפים החלו את תהליך שימור הספרות ועד הרגע בו הם היו צריכים לשלוף אותן שוב. כלומר, היפותזת שימור המידע לאורך זמן אוששה, אבל לא בתור הסבר לדיסוציאציה המרכזית שבדקנו.

אחד הגורמים שנתנו עליהם את הדעת הוא אופן מדידת חלוף הזמן ודעיכת הפריטים. במחקר זה הסתמכנו על התאוריה לפיה תפקידה של הלולאה הפונולוגית הוא לשמר מידע בזיכרון הפעיל, ודעיכה של הפריטים מתחילה כאשר הם יוצאים מתהליך השינון של הלולאה הפונולוגית. בהתאמה, מדדנו את הזמן שחלף מרגע אמירת מילת מספר ועד האמירה הבאה שלה. אינדקס הזמן הספציפי בו השתמשנו התייחס למספר



המבעים, ולא למשך הזמן בשניות, מתוך הנחה שמדד זה משקף טוב יותר את כמות הפעילות של הלולאה הפונולוגית, במיוחד בתרגיל חישוב בו מתרחשות פעולות קוגניטיביות רבות במקביל. מחקרי המשך יוכלו לבחון את ההבדלים בין מדדי זמן שונים, שנובעים מהנחות תיאורטיות שונות.

#### 4.1.3 היפותזת הייצוגים השונים

הממצאים הפריכו את היפותזת הייצוגים השונים, ששיערה שקיימים ייצוגים שונים לאופרנדים ולתוצאות הביניים. על פי היפותזה זו, ליקוי סלקטיבי באחד הייצוגים יגרום לטעויות סלקטיביות בייצוג הפגוע: ליקוי סלקטיבי בייצוג האופרנדים יבוא לידי ביטוי בטעויות בחזרה על מילות אופרנד, ואילו ליקוי סלקטיבי בייצוג תוצאות הביניים יבוא לידי ביטוי בטעויות בחזרה עליהן.

בניגוד לניבוי זה, הגורם שהשפיע על שיעור הטעויות בחזרה על מילת-מספר מסוימת לא היה התפקיד הספציפי של המילה (אופרנד/תוצאה), אלא השלב בו המילה הופיעה במהלך התרגיל. ראשית, אחוז טעויות האופרנד לא היה קבוע אלא גבוה יותר בשלב החזרה מאשר בשלב החישוב. שנית, יחס שיעורי הטעויות בין המילים בתפקידים השונים (אופרנד/תוצאה) לא היה עקבי, אלא השתנה בהתאם לשלב בתרגיל – אחוז טעויות התוצאה היה גבוה מאחוז הטעויות בחזרה על אופרנדים בשלב הראשון, בעת חישוב התרגיל, אך נמוך מאחוז הטעויות בחזרה על אופרנדים בשלב האחרון, כאשר המשתתפים חזרו על התרגיל אחרי סיום החישוב. ממצאים אלה מפריכים את היפותזת הייצוגים השונים.

#### 4.2 מנגנונים המעורבים בקשיים מתמטיים

ממצאי המחקר מעלים את השאלה מה מקורם של קשיים מתמטיים, ובאופן ספציפי מה מקורה של לקות מתמטית – דיסקלקוליה. אחת ההגדרות של דיסקלקוליה בספרות היא קושי שבא לידי ביטוי בהבנה או יישום של תפיסת המספר, שינון עובדות יסוד אריתמטיות וביצוע תהליך חישובי שגוי המתבטא בקושי בהבנת גודל ויחס המספר, שימוש באסטרטגיות חישוב שאינן תואמות גיל ושימוש לא נכון בפרוצדורת מתמטיות (DSM-5, American Psychiatric Association, 2013). הגדרה זו לא מתייחסת לקשיים מתמטיים שנובעים מגורמים קוגניטיביים אחרים שאינם ספציפיים לתחום המתמטי, כגון קושי בזיכרון פעיל. למעשה, על פי ההגדרה של ה-DSM-5, על מנת לאבחן דיסקלקוליה יש לאבחן קושי באבני היסוד המתמטיות, ואם קושי כזה לא מתקיים, אין אפשרות לאבחן דיסקלקוליה (Henik, Rubinsten, & Ashkenazi, 2015). בהתאמה להגדרה הני"ל של ה-DSM-5, חלק מהמחקרים בספרות הציעו כי הליקויים הראשוניים העומדים בבסיס קושי חשבונני מערבים ליקויים קוגניטיביים ספציפיים לתחום המתמטי (domain-specific) כגון קשיים בעיבוד המספר וספירה, שיפוט השוואתי של גירויים סימבוליים ולא סימבוליים כאחד ועיבוד אוטומטי של מספרים. מחקרים אלה משקפים את התפיסה כי קושי חשבונני נובע מקושי ספציפי בתחום החשבון.

לעומת זאת, בניגוד להגדרה של ה-DSM-5, ולגישה לפיה מקור הליקוי העומד בבסיס לקות מתמטית הוא מנגנון ספציפי לתחום המתמטי, גישה אחרת מציעה שלקות מתמטיות – לפחות בחלק מהמקרים – נובעת מליקוי במנגנוניים כלליים (domain-general) – למשל, ליקוי בזיכרון פעיל, בתפקודים ניהוליים או ביכולות קשביות (Castaldi, Piazza, & Iuculano, 2020). מחקרים שנוקטים בגישה זו מצאו כי מנגנונים כלליים קשורים למגוון יכולות חשבונניות ומתמטיות כגון מיומנויות כמותיות, ייצוגים מספריים והבנה מספרית.

המחקר הנוכחי תומך כנראה בגישה השנייה: ראינו כי גם מנגנון כללי, זיכרון פעיל, עשוי לעמוד בבסיסם של קשיים מתמטיים. המשתתפים במחקר לא הפגינו קושי בעובדות היסוד (שהן חלק מאבני היסוד המתמטיות), אך התמודדו עם קושי משמעותי בביצוע תהליך חישוב מורכב אשר נבע, ככל הנראה, מליקוי בזיכרון הפעיל. גם מחקרים נוספים בתחום מראים ממצאים דומים: נראה שגם חישוב רב-ספרתי (ניר, בהכנה) וגם פתרון עובדות יסוד (לוח הכפל, בוגוסלבסקי, 2022) דורשים מנגנונים כלליים (domain-general) ולא דווקא מנגנונים ספציפיים לתחום המתמטי (domain-specific).

ההבחנה בין 2 הגישות חשובה כי היא משליכה באופן ישיר על הטכניקות הרצויות לאבחון של קשיים מתמטיים ועל אופיין של שיטות ההתערבות המתאימות (Gilmore, Clayton, Ashkenazi, & Adi, 2022). במחקרי המשך ניתן לבחון דרכי אבחון לאיתור ליקוי מתמטי שמקורו במנגנונים כלליים, באופן ספציפי שמקורו בלקות בזיכרון הפעיל, והאם תכנית טיפול לשיפור הזיכרון הפעיל תשפיע ותשפר את היכולות החשבוניות של אלה אשר חווים קשיים חשבוניים בעקבות לקות בזיכרון הפעיל.

### 4.3 מתודולוגיה

#### 4.3.1 מתודולוגית ניתוח הטעויות

את ניתוח המטלות במחקר ביססנו על ניתוח מדוקדק של הטעויות בתהליך החישוב. המשתתפים התבקשו לתמלל באופן מלא את דרך פתרון התרגיל, וניתחנו את מיקום הטעות בכל מילת מספר שנאמרה בשלבי התרגיל השונים. כך הצלחנו להתייחס לשלבי הביניים שמבוצעים במהלך החישוב ולסווג כל טעות לפי תפקידה של מילת המספר. דרך ניתוח זו מאפשרת גם לחקור תופעות אחרות – למשל, האם ניתן לזהות את מקורן של המילים השגויות שנאמרו, האם אסטרטגיות שונות משפיעות על דרך הביצוע של אלגוריתמים, האם אסטרטגיות פתרון מסוימות מהוות בסיס לדפוסי טעויות ספציפיים, ועוד. לדוגמה, שני (2020), בעזרת טכניקה דומה של ניתוח טעויות, הצליחה לאתר סוג ספציפי של טעויות שעשויות לנבוע מליקוי בתהליך של ביינדינג שממזג כל ספרה עם המיקום העשרוני שלה; וניר (בהכנה) השתמשה בניתוח טעויות כדי לבדוק במדויק איך זיכרון וכישורים ניהוליים יוצרים קושי בשלבים ספציפיים של אלגוריתם החיבור הרב-ספרתי.

#### 4.3.2 המטלות במחקר

מחקר זה מבוסס על מטלות חישוביות של פתרון תרגילי חיבור רב-ספרתיים. המטלות כללו ביצוע פרוצדורות מוכרות אשר נלמדות במסגרת בית הספר ואינן מורכבות מבחינת ביצוע. עם זאת, באמצעות מניפולציה מינורית (כגון חזרה על האופרנדים בסוף התרגיל, לאחר מתן התשובה סופית) הצלחנו לעמוד על מקור הקושי של המשתתפים ולהעריך את המנגנונים הקוגניטיביים הנמצאים בבסיס הקושי. לפיכך המחקר מדגים היטב כיצד, במטלות חישוב, גם שינויים קטנים בהנחיות למטלה עשויים להיות בעלי השפעה קוגניטיבית רבה, למשל אם הם משפיעים על האופן שבו המשתתפים מנהלים את משאבי הזיכרון. הראינו גם כיצד מניפולציות פשוטות כאלה יכולות לעזור לאתר את מקור הקושי הספציפי.

#### 4.4 השלכות על לקויות למידה ואבחון

למחקר הנוכחי עשויות להיות השלכות לגבי הוראה, אבחון וטיפול בתום המתמטי. דרכי האבחון ותוכניות הטיפול המוצעות כיום לאבחון וטיפול בקושי חשבוני מתמקדות בשיפור מיומנויות הבסיס החשבוניות כגון אסטרטגיות לחיזוק הבנת ועיבוד המספר, פתרון בעיות וקידום יכולת החישוב, יישום פרוצדורות ועוד (Soares, & Patel, 2015; Kaufmann, & von Aster, 2012). המחקר הנוכחי מראה כי בחלק מהמקרים הקושי לא נובע מקושי בסיסי בתחום החשבוני, אלא מקושי ברכיב קוגניטיבי רחב יותר ועל כן יש צורך לאבחן ולהתאים את דרך הטיפול לרכיב הקוגניטיבי הספציפי אשר גורם לקושי. בנוסף, יכולות מתמטיות וקשיים מתמטיים מאופיינים בהטרוגניות רבה, ומקורות קושי שונים עשויים להוביל לקשיים שונים (Henik et al., 2015). לכן, חשוב לעמוד על מקור הקושי הספציפי על מנת לאבחן ולסייע בצורה המיטבית. למשל, במקרה של המשתתפים במחקר זה, אפשר לבצע התערבות לשיפור יכולת הזיכרון הפעיל, אם התערבות כזאת אפשרית. לחליפין, ניתן לחפש אסטרטגיות שמורידות עומס מהזיכרון הפעיל - לדוגמה, להציע לאנשים עם קושי כזה להסתמך יותר על רישום מידע, במיוחד של תוצאות-ביניים; לחשב בכתב ולא בע"פ; או להקפיד להשתמש באלגוריתמי חישוב אלטרנטיביים, שמפחיתים את עומס הזיכרון (Speiser, Schneps, Heffner-Wong, Miller, & Sonnert, 2012).

#### 4.5 סיכום

תהליך החישוב הוא מורכב וקשיים בו עשויים לנבוע ולבוא לידי ביטוי במגוון דרכים. יש משמעות רבה, הן מחקרית והן פדגוגית, להבנה מעמיקה של המנגנונים הקוגניטיביים העומדים בבסיסו. המחקר הנוכחי הראה כי הקשיים במתמטיקה הם הטרוגניים, והם לא תמיד נובעים ממנגנונים הספציפיים לתחום המתמטי אלא לפעמים גם ממנגנונים כלליים יותר כגון זיכרון פעיל.

מחקר זה עשוי לקדם הטמעה של אסטרטגיות פדגוגיות לאבחון וטיפול המבוססות על מנגנונים קוגניטיביים כלליים. ההבנה של המנגנון הקוגניטיבי העומד בבסיס טעויות החישוב עוזרת להתאים בין הקשיים והחוזקות של הפרט לבין שיטות ההוראה וההיבחנות. לשם כך, נדרשות מטלות אבחון מדויקות יותר המאתרות את מקור הקשיים ומאפיינות את הבסיס הקוגניטיבי המדויק העומד בבסיסם. כולי תקווה כי מחקר זה יצליח להניע צעדים ראשונים לצורך אבחון וטיפול אשר יאתרו ויטפלו במקור הקושי באופן מדויק יותר.

5.1 נספח א' – מטלת סינון, מבדק עובדות יסוד (מתוך סוללת "חלב", דותן, 2022)

מס'	סוג	פריט	תגובה
1	+ F	$5 + 3 = 8$	
2	+ R	$8 + 0 = 8$	
3	- R	$20 - 20 = 0$	
4	x F	$3 \times 4 = 12$	
5	x F	$7 \times 9 = 63$	
6	+ F	$4 + 7 = 11$	
7	x F	$7 \times 7 = 49$	
8	+ F	$5 + 4 = 9$	
9	+ F	$3 + 2 = 5$	
10	: R	$17 : 1 = 17$	
11	+ F	$8 + 7 = 15$	
12	: F	$9 : 3 = 3$	
13	- F	$14 - 6 = 8$	
14	x F	$6 \times 5 = 30$	
15	+ R	$1 + 6 = 7$	
16	x F	$4 \times 5 = 20$	
17	x F	$6 \times 8 = 48$	
18	+ F	$6 + 6 = 12$	
19	+ F	$2 + 5 = 7$	
20	+ R	$0 + 6 = 6$	
21	x R	$1 \times 6 = 6$	
22	x F	$6 \times 3 = 18$	
23	- R	$3 - 0 = 3$	
24	+ F	$2 + 9 = 11$	

תגובה	פריט	סוג	מס'
	$7 - 0 = 7$	- R	25
	$9 : 9 = 1$	: R	26
	$8 - 5 = 3$	- F	27
	$4 \times 9 = 36$	x F	28
	$9 - 3 = 6$	- F	29
	$2 + 4 = 6$	+ F	30
	$3 + 6 = 9$	+ F	31
	$7 \times 4 = 28$	x F	32
	$4 + 1 = 5$	+ R	33
	$9 - 6 = 3$	- F	34
	$12 - 4 = 8$	- F	35
	$1 \times 0 = 0$	x R	36
	$8 \times 1 = 8$	x R	37
	$4 + 3 = 7$	+ F	38
	$5 \times 5 = 25$	x F	39
	$10 - 4 = 6$	- F	40
	$15 : 5 = 3$	: F	41
	$5 - 3 = 2$	- F	42
	$6 - 6 = 0$	- R	43
	$0 \times 2 = 0$	x R	44
	$4 : 1 = 4$	: R	45

5.2 נספח ב' – מטלת סינון, מבדק חיבור רב-ספרתי

מס'	מחובר 1	מחובר 2	תוצאה	תגובה
1	246	143	389	
2	741	235	976	
3	517	362	879	
4	576	213	789	
5	812	162	974	
6	315	264	579	
7	452	417	869	
8	823	153	976	
9	532	147	679	
10	652	142	794	

### 5.3 נספח ג' – מטלת חישוב, מבדק חיבור רב-ספרתי

תוצאה	מחובר 2	מחובר 1	מס'
784	152	632	38
896	471	425	39
487	231	256	40
695	371	324	41
498	237	261	42
758	134	624	43
596	173	423	44
698	351	347	45
978	324	654	46
689	542	147	47
896	153	743	48
897	462	435	49
748	125	623	50
758	634	124	51
978	624	354	52
569	437	132	53
487	251	236	54
857	426	431	55
857	436	421	56
679	358	321	57
789	546	243	58
894	132	762	59
948	327	621	60
857	431	426	61
498	267	231	62
978	354	624	63
689	147	542	64
948	621	327	65
698	124	574	66
785	142	643	67
968	531	437	68
695	324	371	69
784	652	132	70
698	524	174	71
587	246	341	72
784	632	152	73
587	346	241	74

תוצאה	מחובר 2	מחובר 1	מס'
569	432	137	1
698	574	124	2
789	246	543	3
689	547	142	4
967	135	832	5
948	321	627	6
869	134	735	7
798	534	264	8
965	734	231	9
896	753	143	10
987	645	342	11
879	453	426	12
698	341	357	13
968	431	537	14
587	241	346	15
896	475	421	16
847	526	321	17
587	341	246	18
698	174	524	19
869	135	734	20
967	132	835	21
897	432	465	22
785	642	143	23
695	321	374	24
976	153	823	25
847	521	326	26
769	538	231	27
769	238	531	28
679	351	328	29
986	241	745	30
968	437	531	31
784	132	652	32
894	732	162	33
986	245	741	34
785	643	142	35
849	723	126	36
498	231	267	37

תוצאה	מחובר 2	מחובר 1	מס'
978	654	324	112
897	465	432	113
869	735	134	114
785	143	642	115
569	132	437	116
849	126	723	117
896	143	753	118
967	835	132	119
689	142	547	120

תוצאה	מחובר 2	מחובר 1	מס'
976	823	153	75
948	627	321	76
789	243	546	77
487	256	231	78
965	231	734	79
695	374	321	80
569	137	432	81
896	743	153	82
748	623	125	83
896	425	471	84
789	543	246	85
798	264	534	86
679	321	358	87
698	347	351	88
986	741	245	89
968	537	431	90
596	423	173	91
897	435	462	92
986	745	241	93
769	231	538	94
894	762	132	95
847	321	526	96
879	426	453	97
857	421	436	98
498	261	237	99
987	342	645	100
847	326	521	101
698	357	341	102
967	832	135	103
679	328	351	104
896	421	475	105
758	624	134	106
487	236	251	107
869	734	135	108
758	124	634	109
769	531	238	110
894	162	732	111



## 5.4 נספח ד' – מטלת "המעברים" שלא נכנסה למחקר

למחקר הועברה מטלה נוספת, שנועדה לבחון באופן ישיר אם למשתתפים יש קושי במעבר מ-RDA אל ה-ALTM – לא רק בהקשר של חישוב רב-ספרתי, אלא באופן כללי. בסופו של דבר מטלה זו לא נכנסה למחקר. להלן פירוט אודות המטלה, מדוע לא נכנסה למחקר ומהם ההיבטים המתודולוגיים שיש להיעזר בהם על מנת לשפר אותה.

למטלה היו 2 מטרות: ראשית, לבדוק את ביצועיהם של המשתתפים כאשר הם נדרשים לבצע מעבר מה-RDA אל ה-ALTM באופן מבוקר וללא ביצוע פרוצדורות חישוב מורכבות, שאינן בהכרח רלוונטיות לנושא הספציפי של מעברי מידע בזיכרון. שנית, לבחון אם מקור הליקוי בזיכרון הפעיל הוא ספציפית במעבר מה-RDA אל ה-ALTM, או שמדובר בליקוי כללי יותר – למשל קיבולת זיכרון פעיל נמוכה.

כל פריט בניסוי (להלן "תכנית") היה דומה לתכנית מחשב פשוטה. התכנית הורכבה מרצף צעדים, שהוצגו בזה אחר זה על המסך, כאשר בצעד הראשון המשתתף התבקש לשנן את הערכים של 4 פרמטרים (להלן "משתנים") שנקראו  $a$ ,  $b$ ,  $x$ ,  $y$  (למשל  $a=3$ ,  $b=5$ ,  $x=9$ ,  $y=1$ ), ובכל אחד מהצעדים הבאים הוא התבקש לעדכן את אחד המשתנים (למשל  $a+2$  ← הערך של  $a$  הופך להיות 5). ערכי המשתנים תמיד היו בטווח 1-20. המשתנים בכל תכנית חולקו ל-2 "קבוצות":  $a$ ,  $b$  ו- $x$ ,  $y$ . המשתתפים תמיד ידעו מראש לאיזו קבוצה ישתתף המשתנה שערכו יעודכן בצעד הבא.

כדי לבדוק את השפעת המעבר  $RDA \rightarrow ALTM$ , בנינו את התוכניות כך שבכל תכנית יהיה צעד קריטי בו המשתתף יתבקש לשלוף ולעדכן ערך של משתנה שכבר היה ב-RDA ועבר משם ל-ALTM. הצעדים האלה הושוו לצעדים מקבילים בשני תנאי ביקורת, בהם התכנית הייתה דומה אך המשתנה בצעד הקריטי טרם עשה את המעבר  $RDA \rightarrow ALTM$ .

### שיטה והליך

בכל תכנית הוצגו 3 סוגים של צעדים:

**צעד אתחול:** בצעד הראשון בכל תכנית, הוצג הערך של 4 משתנים  $(a, b, x, y)$ , כל משתנה בשורה נפרדת. המסך הוצג למשך 8 שניות (ללא צורך בתגובה).

בהמשך התכנית הוצגו 2 סוגים של צעדים:

1. **צעד התמקדות:** מסך המכוון להתמקד בקבוצת משתנים ספציפית  $(a, b, x, y)$ . המסך הוצג למשך 5 שניות (ללא צורך בתגובה). הצעד השני בכל תכנית היה תמיד מסוג זה.
2. **צעד חישוב:** הוצג תרגיל חיבור או חיסור בו האופרנד הראשון היה אחד המשתנים בו מתמקדים כרגע, והאופרנד השני היה מספר (למשל  $a-5$ ,  $b+3$ ). המשתתפים היו צריכים להקיש את תוצאות החישוב, ולזכור את התוצאה בתוך הערך החדש של המשתנה. אם בהמשך התכנית הופיע עוד צעד עם אותו משתנה, הוא כבר התבסס על הערך החדש. אם המשתתף טעה והקליד תשובה לא נכונה הופיע על המסך פידבק למשך 2 שניות אשר כלל את שם המשתנה והערך הנכון (למשל  $B=3$ ). המשתתפים הונחו מראש שבצעדי החישוב הם אמורים לחשוב רק על המשתנה שהוצג, ולא להעלות בזיכרוןם אף משתנה אחר.

<p><b>שלב 3 – עדכון:</b></p> <p>B – 6</p> <p>*** במקרה זה יש לבצע את התרגיל 9-6 ולהקליד את התוצאה 3 (זהו הערך החדש של המשתנה B)</p>	<p><b>שלב 2 – התמקדות בקבוצה:</b></p> <p>&gt;&gt;&gt;&gt;A,B&lt;&lt;&lt;&lt;</p>	<p><b>שלב 1 - שלב השינון:</b></p> <p>A=7 B=9 X=6 Y=1</p>
---	--	--

## תרשים 5. שלושת השלבים שנכללו בכל תכנית.

הניסוי כלל 30 פריטים (תכניות), כאשר כל תכנית הופיעה ב-3 תנאים (כלומר 90 תכניות בסך הכל, תרשים 6): תכנית הבסיס, תכנית הניסוי, ותכנית אפקט הזמן.

**תכנית הבסיס** – כללה 6 צעדים: (1 שינון, 2 התמקדות, 3 עדכון, 4 עדכון, 5 התמקדות בזוג השני, 6 עדכון. בתוכניות אלה אין שום חישוב שמתבסס על משתנה שכבר עבר הסרה בצעד קודם (כלומר עבר מה-RDA אל ה-ALTM).

**תכנית הניסוי** – כללה 9 צעדים, מהסוגים הבאים: (1 שינון, 2 התמקדות, 3 עדכון, 4 עדכון, 5 התמקדות בזוג השני, 6 עדכון, 7 עדכון, 8 התמקדות בזוג הראשון, 9 עדכון. בתכנית זו, 6 הצעדים הראשונים היו זהים לתכנית הבסיס המקבילה (אותם ערכי משתנים, אותן התמקדויות ואותם עדכונים).

בתכנית זו, העדכון בפריט 9 מתבסס על משתנה שכבר עבר מניפולציה (עדכון) בשלב מוקדם יותר, כלומר היה ב-RDA, והוסר ממנו אל ה-ALTM. ספציפית, המשתנים שעודכנו בצעדים 3 ו-4 עברו הסרה ולאחר מכן אחד מהם חזר בשלב 9.

תכנית הניסוי נבדלת מתכנית הבסיס בצעד האחרון: בתכנית הבסיס צעד זה לא כלל עדכון של פריט שעבר הסרה בשלב קודם ואילו תכנית הניסוי כן. על ידי השוואת הצעד הזה בין תכנית הבסיס לתכנית הניסוי, נוכל לבדוק האם המשתתפים מתקשים במיוחד במקרים שדורשים שימוש במעבר הקריטי, RDA→ALTM.

**תכנית אפקט הזמן** – מטרתם של פריטים אלה הייתה לבדוק את האפשרות שההבדל בין תכנית הניסוי לתכנית הבסיס לא נובע משימוש במעבר RDA→ALTM, אלא מאפקט הזמן (על סמך ההיפותזה שטוענת שכלל שחולף הזמן מרגע שהחל תהליך השימור כך יהיו יותר טעויות). ההנחה שהזמן עשוי להיות משתנה מתערב היא הנחה אפשרית, כיוון שתכניות הבסיס ותכניות הניסוי כללו מספר שונה של צעדים.

תכנית זו כללה 8 צעדים: (1 שינון, 2 התמקדות, 3 עדכון, 4 עדכון, 5 עדכון, 6 עדכון, 7 התמקדות בזוג השני, 8 עדכון. תכנית זו זהה לתכנית הניסוי ב- מספר שלבי העדכון אך נבדלת בכך שלא מתבצע כאן תהליך של הסרה (כלומר אין מעבר מה-RDA אל ה-ALTM), כיוון שיש רק צעד התמקדות אחד ובאף שלב אין חזרה למשתנים שהמשתף התמקד בהם בצעד קודם. למעשה, לאחר שלב השינון המשתנים של הקבוצה השנייה "אוחסנו" ב-ALTM ונשלפו רק בצעד האחרון.

כדי לבדוק את השפעת המעבר RDA→ALTM תוך בקרה על גורם הזמן, השווינו בין הצעד האחרון בתכנית זו לבין הצעד האחרון בתכנית הניסוי.

תכנית אפקט זמן	תכנית ניסוי	תכנית בסיס
A=7	A=7	A=7
B=9	B=9	B=9
X=6	X=6	X=6
Y=1	Y=1	Y=1
>>>>A,B<<<<	>>>>A,B<<<<	>>>>A,B<<<<
A+ 4	A+ 4	A+4
B - 6	B - 6	B - 6
B+4	>>>>X,Y<<<<	>>>>X,Y<<<<
A+ 2	X+3	X+3
>>>>X,Y<<<<	X- 5	
X+3	>>>>A,B<<<<	
	B+ 4	

### תרשים 6. דוגמה ל-3 סוגי התכניות. הצעדים מופרדים זה מזה בקווים אופקיים.

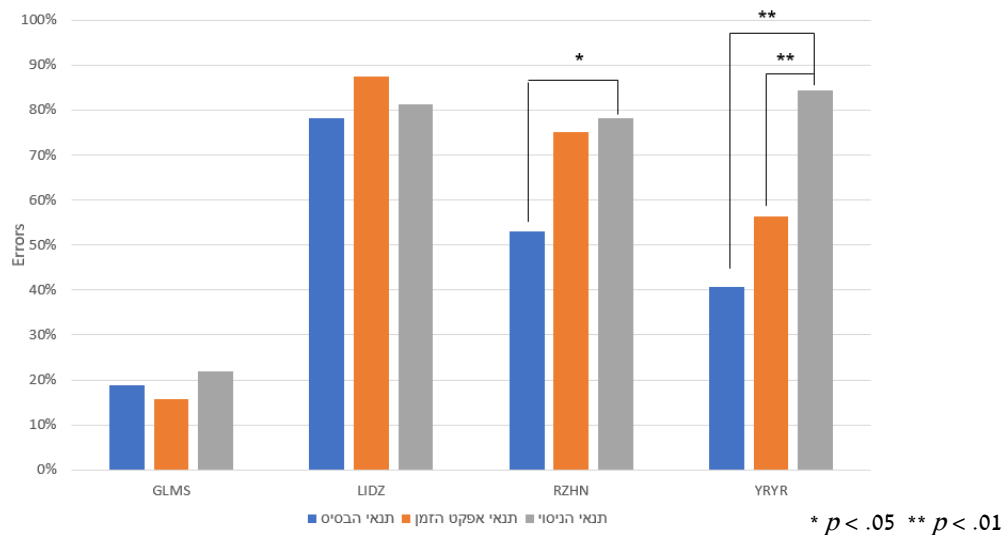
ביקשנו מהמשתתפים לתמלל את מהלך המחשבה שלהם מרגע השינון ועד הצעד האחרון. ביקשנו גם שלא ישתמשו באסטרטגיות חיצוניות כגון כתיבה על דף או שינון בשיטות אחרות, אלא יתבססו רק על זיכרון מילולי. הניסוי הועבר ב-2 מפגשי זום.

#### מדדים וניבויים

אם הקושי של המשתתפים נובע מהמעבר מה-RDA אל ה-ALTM, אמור להיות להם קשה יותר (אחוז טעויות גבוה יותר) בתוכניות הניסוי לעומת תוכניות הבסיס ותוכניות אפקט הזמן, ספציפית בצעד האחרון.

#### תוצאות ודיון

רק אצל המשתתפת YRYR נצפה הבדל מובהק בין תנאי הבסיס לבין 2 התנאים האחרים, שעשוי להעיד באופן ברור על קושי במעבר מה-RDA אל ה-ALTM.



**תרשים 7.** ביצועי המשתתפים במטלה. ניתן לראות הבדל מובהק בין 3 תנאי הניסוי אצל המשתתפת YRYR לעומת זאת, את GLMS לא נמצא הבדל מובהק ואילו RZHN ו LIDZ ביצעו אחוז טעויות גבוה מאוד אפילו בתנאי הבסיס.

עם זאת, אנו סבורים שהמטלה לא השיגה את מטרתה, ושתוצאותיה לא משקפות את הקשיים האמיתיים של המשתתפים; פסלנו אותה בגלל כמה בעיות מתודולוגיות שמצביעות על כך שהיא לא הצליחה להשיג את מטרתה:

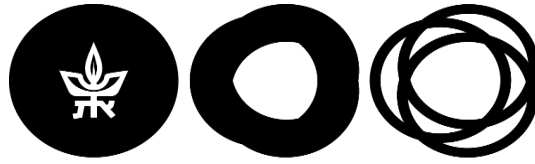
הייתה שונות גבוהה מאד בין המשתתפים באחוז הטעויות הכללי. אחוז הטעויות אצל YRYR היה מעט גבוה אך סביר (כ-60% בממוצע), ואצלה אכן נמצא האפקט שציפינו לו. אחוז הטעויות אצל LIDZ ו-RZHN היה גבוה מאד (70%-80%), ומעלה את החשש שמשתתפים אלה התקשו במטלה ברמה כזאת שהקושי ממשך אפקטים "עדיניים" יותר, כמו האפקט של המעבר מ-RDA אל ALT. אצל GLMS היה דפוס הפוך: אחוז טעויות נמוך מאד, שמעלה את האפשרות שהמטלה הייתה קלה מדי עבורו (תרשים 7).

המטלה נבנתה בצורה אחידה לכל המשתתפים, אך לאור הממצאים נראה כי יש צורך להתאים את רמת הקושי של המטלה לכל נבדק באופן אינדיבידואלי על פי קיבולת הזיכרון הפעיל שלו. דרך אפשרית להפחית מרמת הקושי של המטלה היא באמצעות שינון של 3 משתנים במקום 4, או הפחתה של מספר הצעדים בתוכניות העמוסות.

- בוגוסלבסקי, מ. (2022). למה קשה לי להכפיל? סוגי לקויות הלמידה שפוגעות בידע של שלוח הכפל. (עבודת גמר לקבלת תואר מוסמך אוניברסיטה M.A.). אוניברסיטת תל אביב.
- דוֹתן, ד. (2022). סוללת חל"ב – חישובי ליבה בסיסיים. אוניברסיטת תל אביב.
- ניר, ש. (בהכנה). איך מבצעים חציית עשרת, למה זה כל כך קשה, ומה אפשר ללמוד מכך על אלגוריתמים? (עבודת גמר לקבלת תואר מוסמך אוניברסיטה M.A.). אוניברסיטת תל אביב.
- שני, שי (2020). איך אנו מבצעים פרוצדורות חישוביות ולמה לחלקנו זה קשה? (עבודת גמר לקבלת תואר מוסמך אוניברסיטה M.A.). אוניברסיטת תל אביב.
- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders. (5<sup>th</sup> addition)*. Arlington, VA: American Psychiatric Association.
- Andersson, U. (2008). Mathematical competencies in children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 100(1), 48–66.
- Ashkenazi, S., & Adi, A. (2022). The role of domain general factors (spatial, executive function, working memory, attention and fine motor skills) in numerical processing in early childhood. *Current Psychology*, 1-13.
- Baddeley, A. (2010). Working memory. *Current biology*, 20(4), R136-R140.
- Cappelletti, M., Kopelman, M. D., Morton, J., & Butterworth, B. (2005). Dissociations in numerical abilities revealed by progressive cognitive decline in a patient with semantic dementia. *Cognitive Neuropsychology*, 22(7), 771-793.
- Castaldi, E., Piazza, M., & Iuculano, T. (2020). Learning disabilities: Developmental dyscalculia. *Handbook of Clinical Neurology*, Vol. 174, 61-75.
- Crawford, J. R., & Howell, D. C. (1998). Comparing an individual's test score against norms derived from small samples. *The Clinical Neuropsychologist*, 12(4), 482–486.
- De Lange, J. (1996). Using and Applying Mathematics in Education. In: Bishop, A.J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J., Laborde, C. (eds). *International Handbook of Mathematics Education*, vol. 4, 49-97. Springer, Dordrecht.
- Ecker, U. K., Oberauer, K., & Lewandowsky, S. (2014). Working memory updating involves item-specific removal. *Journal of Memory and Language*, 74, 1-15.

- Ecker, U. K., Lewandowsky, S., & Oberauer, K. (2014). Removal of information from working memory: A specific updating process. *Journal of Memory and Language*, 74, 77-90.
- Gilmore, C., Clayton, S., Cragg, L., McKeaveney, C., Simms, V., & Johnson, S. (2018). Understanding arithmetic concepts: The role of domain-specific and domain-general skills. *PLOS One*, 13(9), e0201724.
- Girelli, L., & Delazer, M. (1996). Subtraction bugs in an acalculic patient. *Cortex*, 32(3), 547-555.
- Gvion, A., & Friedmann, N (2008). FriGvi: Friedmann Gvion battery for assessment of phonological working memory. *Language and Brain*, 7, 161-180.
- Haberstroh, S., & Schulte-Körne, G. (2019). The diagnosis and treatment of dyscalculia. *Deutsches Ärzteblatt International*, 116(7), 107-114.
- Henik, A., Rubinsten, O., & Ashkenazi, S. (2015). Developmental dyscalculia as a heterogeneous disability. In R. Cohen Kadosh & A. Dowker (Eds.), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*, Vol. 1. Oxford University Press.
- Hittmair-Delazer, M., Sailer, U., & Benke, T. (1995). Impaired arithmetic facts but intact conceptual knowledge a single—case study of dyscalculia. *Cortex*, 31(1), 139-147.
- Hoyles, C., Wolf, A., Molyneux-Hodgson, S., & Kent, P. (2002). Mathematical skills in the workplace: final report to the Science Technology and Mathematics Council. *Institute of Education, University of London*.
- Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8(57), 1-5.
- Kaufmann, L., & von Aster, M. (2012). The diagnosis and management of dyscalculia. *Deutsches Ärzteblatt International*, 109 (45), 767-778.
- Lewis-Peacock, J. A., Kessler, Y., & Oberauer, K. (2018). The removal of information from working memory. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1424 (1), 33-44.
- Nyberg, L., & Eriksson, J. (2016). Working memory: Maintenance, updating, and the realization of intentions. *Cold Spring Harbor Perspectives in Biology*, 8(2), a021816.
- Oberauer, K. (2002). Access to information in working memory: Exploring the focus of attention. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 28(3), 411-421.
- Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108 (4), 455-473.

- Pesenti, M., Zago, L., Crivello, F., Mellet, E., Samson, D., Duroux, B., & Tzourio-Mazoyer, N. (2001). Mental calculation in a prodigy is sustained by right prefrontal and medial temporal areas. *Nature Neuroscience*, 4(1), 103-107.
- Portrat, S., Barrouillet, P., & Camos, V. (2008). Time-related decay or interference-based forgetting in working memory?. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 34(6), 1561-1564.
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 346-362.
- Roşca, E. C. (2009). Arithmetic procedural knowledge: A cortico-subcortical circuit. *Brain Research*, 1302, 148-156.
- Shalev, R. S., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatric Neurology*, 24(5), 337-342.
- Shipstead, Z., Harrison, T. L., & Engle, R. W. (2016). Working memory capacity and fluid intelligence: Maintenance and disengagement. *Perspectives on Psychological Science*, 11(6), 771-799.
- Soares, N., & Patel, D. R. (2015). Dyscalculia. *International Journal of Child and Adolescent Health*, 8(1), 15-26.
- Speiser, R., Schneps, M. H., Heffner-Wong, A., Miller, J. L., & Sonnert, G. (2012). Why is paper-and-pencil multiplication difficult for many people? *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(4), 463-475.
- Stech, S. (2008). School mathematics as a developmental activity. In Watson, A., Winbourne, P. (eds) *New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education* (pp. 13-30). Springer, Boston, MA.



**TEL AVIV** אוניברסיטת  
**UNIVERSITY** תל אביב

Tel Aviv University  
The Jaime and Joan Constantiner  
School of Education

# **How are Calculation Errors Related to Working Memory?**

**The paper was submitted as the thesis for M.A. degree by**

Sharon Zviran Ginat

**The study was carried out under the supervision of**

Dr. Dror Dotan

October, 2022



## Abstract

One of the main mathematical competencies is the ability to perform mental calculations that involve several steps. This ability entails a variety of difficulties and is supported by specific cognitive mechanisms such as counting and number processing, as well as general mechanisms such as working memory. However, only a few studies examined in detail the precise role of these cognitive mechanisms that support mental multi-digit calculation, and the specific cognitive impairments that disrupt this calculation process.

We examined 4 participants with difficulty in multi-digit calculation. They solved orally addition exercises with pairs of 3-digit numbers, while saying aloud the calculation stages they performed. For example, as response to the exercise  $23+45$  they could say “ $20+40=60$  —  $3+5=8$  —  $60+8=68$ ”. We examined their errors throughout the calculation process, and distinguished between incorrect repetition on an operand word (e.g., in the example above, saying  $20+30=50$ ) and incorrect repetition on an interim result they said themselves in an earlier calculation stage (e.g., in the example above, saying  $60+9$  in the third stage). In line with previous studies, for each participant the error rate in repeating operands was lower than in repeating interim results.

No participant had difficulty in single-digit arithmetic facts, but all showed a difficulty in multi-digit mental addition. Thus, they did not have a general difficulty in mathematics or even in arithmetic, but a more specific difficulty, in mental multi-digit calculation. Moreover, the origin of the difficulty was not the “arithmetic building blocks” – single-digit facts – but appeared to be a more-general mechanism, e.g., working memory.

We examined 3 hypotheses for the origin of the operand-result dissociation. The **different representations hypothesis** postulates separate representations for the operands and the interim results, and explains the dissociation by assuming a deficit in the operand representation, with spared representation of the interim results. Contrary to the prediction of this hypothesis, the dissociation was not observed in any calculation task, but was reversed when the task instructions were slightly changed.

The **maintenance-over-time hypothesis** assumes that working-memory representation decay with time, so a word’s degree of memory declines as a function of the time since that word was said last. The high rate of errors in result words occurs because consecutive utterances of a result word are presumably spaced apart more than consecutive utterances of an operand word. Indeed, this time factor affected the error rate, but contrary to the hypothesis, it failed to account for the operand-result dissociation.

The results support the **information-transfer hypothesis**. This hypothesis builds on cognitive models that assume that working memory entails activating specific items in long-term

memory with different levels of activation. The dissociation arises from a selective deficit in “transferring” an item from one activation level to another, specifically in deactivating items. The participants’ deficit causes difficulty in any word that was deactivated in a previous calculation stage, such as the words of the interim results, but does not cause difficulty in words that were not yet deactivated, such as the operand words.

The study emphasizes that mathematical difficulties are not a homogeneous phenomenon; rather, there are different types of highly-specific difficulties that disrupt mathematical performance. The origin of these difficulties is not always mathematical, domain-specific cognitive processes, but may be – as it is for our participants – domain-general processes such as memory. Finally, the study supports the idea that deactivation, or removal of information, is a critical and challenging aspect of working memory.