TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל אביב
בית הספר לחינוך ע"ש חיים וג'ואן קונסטנטינר
החוג לחינוך מיוחד וייעוץ חינוכי
המגמה ללקויות למידה

עבודת גמר לקראת תואר "מוסמך למדעי הרוח" (M.A)

איך מבצעים חציית עשרת,
למה זה כל כך קשה,
ומה אפשר ללמוד מכך על אלגוריתמים?

שיבולת ניר, ת"ז 301584454
בהנחיית ד"ר דרור דותן

יוני 2023

תקציר

אחת היכולות המתמטיות המרכזיות היא היכולת לבצע חישוב בעל פה. מדובר במיומנות בסיסית אשר נעשה בה שימוש נרחב: ניהול כלכלת בית, השתלבות במקום עבודה ועוד. עם זאת, חישוב בעל פה מהווה אתגר עבור ילדים ומבוגרים, וטומן בחובו מוקדי קושי מגוונים – מאפייני התרגיל, אסטרטגיות החישוב, קיבולת זיכרון של הפרט ועוד. כך למשל, חישוב בעל פה של תרגיל הכולל חציית עשרת (לדוגמה, 27+36) קשה יותר לחישוב מאשר תרגיל ללא חציית עשרת (לדוגמה, 21+32). למרות זאת, מעטים המחקרים שערכו בדיקה שיטתית של גורמי הקושי אשר מעורבים בתהליך חישוב מסוג זה והאופן המדויק בו הם יוצרים את הקושי למערכת הקוגניטיבית.

על מנת לבחון את גורמי הקושי ביקשנו מ-31 משתתפים לבצע חיבור דו-ספרתי בעל פה של תרגילים עם חציית עשרת. הם חישבו באמצעות שתי אסטרטגיות ספציפיות – חישוב מימין לשמאל (קודם יחידות ואז עשרות) או חישוב משמאל לימין (קודם עשרות ואז יחידות). במהלך החישוב המשתתפים התבקשו לומר בקול את תוצאות הביניים והתוצאה הסופית בלבד. למשל, בחישוב 27+36 מימין לשמאל ענו " 13, 50, 63". ההנחיות הספציפיות האלה לגבי תמלול החישוב אפשרו לנו למדוד במדויק כמה זמן נמשך כל שלב בחישוב (חיבור יחידות, חיבור עשרות, מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה סופית), וכך לבחון באופן ממוקד את תהליך החישוב ברמת שלבי החישוב השונים ולא רק ברמת התרגיל.

שני ממצאים העידו על תפקידו המשמעותי של הזיכרון הפעיל בתהליך החישוב: החישוב היה איטי יותר בשלבים הספציפיים בהם היה עומס זיכרון, ואותם שלבים ספציפיים היו רגישים במיוחד לקיבולת הזיכרון של המשתתף. ממצאים אלה הראו שעומס הזיכרון לא היה קבוע אלא השתנה במהלך החישוב: עומס הזיכרון היה גבוה ביותר בשלב הראשון של החישוב (בין אם היה זה חיבור היחידות או העשרות), נמוך יותר בשלב השני, ונמוך עוד יותר בשלב האחרון – מיזוג תוצאות הביניים. דפוס זה תומך ברעיון שבמהלך החישוב חל עדכון של הזיכרון הפעיל – הסרה מהזיכרון של אופרנדים ופינוי מקום לאחסון של תוצאות הביניים. פעולה זו מפחיתה עומס על הזיכרון הפעיל ומקדמת ניהול יעיל וגמיש של משאבי הזיכרון בתהליך החישוב.

נוכחות חציית עשרת היוותה גורם קושי ספציפית בשלב החישוב בו חציית העשרת מופיעה. בנוסף, בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית (ובו בלבד), החישוב היה קשה יותר כאשר חציית עשרת הייתה ביחידות (לדוגמה, 27+36) מאשר בעשרות (לדוגמה, 72+63). ההסבר לכך הוא שהבדלים במיקום חציית עשרת משפיעים על אלגוריתם החישוב: כאשר החצייה ביחידות, מתקבל בשלב מיזוג תוצאות הביניים תת אלגוריתם מורכב יותר (למשל, מיזוג 13+50 לעומת 130+5).

שלב החישוב השני (חיבור היחידות או חיבור העשרות) היה קשה יותר בחישוב מימין לשמאל בהשוואה לחישוב משמאל לימין. ייתכן והקושי הנ"ל נובע מעומס על ייצוג מבנה המספר תוך כדי החישוב: כאשר מחשבים מימין לשמאל, ומתחילים עם חיבור היחידות, עולה הצורך לעדכן את המבנה התחבירי של המספר למבנה של עשרות בשלב השני של החישוב, פעולה אשר גוזלת זמן ומשאבים קוגניטיביים. דפוס זהה נמצא בשלב המיזוג: למשתתפים נדרש יותר זמן למזג את תוצאות הביניים בחישוב מימין לשמאל בהשוואה לחישוב משמאל לימין. ייתכן והקושי הנ"ל נובע מסדר תוצאות הביניים אשר מתקבל בשלב המיזוג (למשל, 130+5 לעומת 5+130). בחישוב משמאל לימין מתקבל "הסדר הנכון" אשר תואם את האופן בו אומרים מספרים בעברית. במצב זה אין צורך להפוך את סדר תוצאות הביניים, פעולה אשר גוזלת זמן ומשאבים קוגניטיביים.

המחקר מראה שחישוב רב ספרתי הינו תהליך מורכב ורמת הקושי שלו עשויה לנבוע מגורמים שונים. הערכה מדויקת של הביצועים ברמת שלבי החישוב חושפת שהקושי טמון במקורות שונים מאוד. המשך בחינה של גורמי הקושי בחישוב בעל פה תאפשר להתאים בין היכולות של הפרט לבין מאפייני התרגיל ותקדם הצלחה בפעולות מתמטיות מורכבות, לא רק ברמת התרגיל הגלובלי אלא גם ברמת שלבי החישוב.

תוכן עניינים

1. מבוא

שנים רבות העיסוק בעיבוד המנטלי של מספרים היה בשולי המחקר (Ashcraft, 1992). החל משנות ה-70 של המאה הקודמת חל מפנה והחישוב המנטלי הפך לתחום מחקר העומד בפני עצמו: חוקרים החלו לעסוק בשאלה, כיצד אנשים מבצעים חישוב מנטלי? היכולת לחשב בעל פה מושתת על יסודות מתמטיים שנרכשים בגיל צעיר (Butterworth, 2005). כבר בגיל הגן ילדים נחשפים לידע בסיסי בחשבון. בהמשך, בבית ספר היסודי, תלמידים רוכשים מושגים ומבנים בחשבון ובגיאומטריה, ומפתחים מיומנויות חישוב וכישורים בנושאים הנלמדים (משרד החינוך, 2006). כישורים מתמטיים בגילאים צעירים מנבאים הישגים מתמטיים בגיל ההתבגרות, ונראה שיש להם גם חשיבות רחבה יותר כיוון שהם מנבאים גם הישגים אקדמיים, מצב סוציו אקונומי, בריאות ורווחה אישית (Hawes et al., 2019; Parsons & Bynner, 2006; Ritchie & Bates, 2013). מיומנויות מתמטיות שונות ויכולת חישוב הינן יכולת משמעותית אשר נעשה בהן שימוש נרחב בחיים הבוגרים: ניהול כלכלת בית, השתלבות במקום עבודה ועוד.

אפשר לחלק את יכולות החישוב הבסיסיות ל-2 יכולות עיקריות: היכולת של הפרט לשלוף עובדות יסוד, והיכולת לבצע אלגוריתמים – רצף של פרוצדורות מתמטיות הנדרשות לחישוב בעיה שאיננו זוכרים בעל פה את פתרונה (Cappelletti et al., 2005). עובדות יסוד בארבע פעולות החשבון הן תרגילים בהם המחוברים או הגורמים הם מספרים חד ספרתיים, למשל חיבור בעשרת הראשונה (Domahs & Delazer, 2005). אדם ממוצע לא יצטרך להשקיע מאמץ בכדי לחשב תרגיל כמו 2 + 3, וישלוף את הפתרון באופן אוטומטי (Hopkins & Egeberg, 2009). היכולת לשלוף עובדות יסוד תלויה בזיכרון (אחסון ושליפה), והיא הבסיס לביצוע חישובים מורכבים יותר (באמצעות אלגוריתמים). ההבחנה בין עובדות יסוד לאלגוריתמים עולה מקיומם של ליקויים סלקטיביים, דיסוציאציה כפולה: נמצאה פגיעה בידע עובדות יסוד, ללא פגיעה בחישוב באמצעות אלגוריתם (Semenza et al., 1997; Temple, 1991); וגם פגיעה סלקטיבית בחישוב באמצעות אלגוריתם, ללא פגיעה בידע עובדות יסוד (Delazer & Benke, 1997; Girelli & Delazer, 1996; Lucchelli & De Renzi, 1993; Semenza et al., 1997). מבחינה היסטורית, רוב המחקרים בנושא חישוב עסקו בעובדות יסוד, אך בשנים האחרונות יותר ויותר מחקרים עוסקים גם באלגוריתמים.

ברמה הקוגניטיבית ניתן להבחין בין שלושה היבטים של היכולת להתמודד עם אלגוריתמים: **ידע קונספטואלי** הוא ההבנה ה"תיאורטית" של האלגוריתם: למה אלגוריתם "עובד"? מה המשמעות של כל פרוצדורה באלגוריתם? **ידע פרוצדורלי** הוא ידע של רצף הפרוצדורות הנדרשות לחישוב – כלומר, היכרות עם האלגוריתם עצמו. לבסוף, **יכולת הביצוע** היא היכולת לבצע בפועל את החישוב באמצעות אלגוריתם ולפתור את התרגיל. הוצאה לפועל של אלגוריתם תלויה ביכולת לשלוף מידע מזיכרון לטווח ארוך, ביכולת של זיכרון עבודה לבצע מניפולציות שונות על המידע (Furst & Hitch, 2000; Hubber et al., 2014; Imbo et al., 2007) וביכולת של כישורים ניהוליים שונים לווסת את הביצוע של האלגוריתם. המחקר הנוכחי יעסוק במנגנונים שעומדים מאחורי יכולת הביצוע של אלגוריתמים.

כיוון שחישוב הוא פעילות מורכבת, אשר תלויה במנגנונים קוגניטיביים כמו ייצוג כמותי ומילולי של מספרים, וקשורה למנגנונים כמו תפיסה מרחבית, זיכרון, מנגנוני קשב ועוד, החישוב רגיש לליקויים בכל אותם מנגנונים (Ardila & Rosselli, 2003). לילדים רבים יש קשיים במתמטיקה מסיבות שונות, ובמקרה הקיצוני גם לקויות למידה במתמטיקה (Geary et al., 2000; Geary & Hoard, 2005). מעריכים שכ-5%-6% מאוכלוסיית

התלמידים סובלת מדיסקלקוליה (Shalev & Gross-Tsur, 2001). לקות למידה במתמטיקה משפיעה על התפתחותן של יכולות בסיסיות של הבנת מספרים ועל רכישת מיומנויות חישוב בסיסיות.

1.1 אפקט חציית עשרת

מה הופך חישוב להיות כל כך קשה? מחקרים שניסו למפות את המאפיינים אשר משפיעים על רמת הקושי של תרגילי חיבור העלו שני גורמי קושי מרכזיים: גודל הבעיה (problem size effect) וחציית עשרת. אפקט גודל הבעיה מתייחס לכך שככל שהאופרנדים גדולים יותר, החישוב קשה יותר. למשל, Groen and Parkman (1972) מצאו שזמן התגובה ואחוז הטעויות בחיבור חד-ספרתי עולים ככל שעולה ערכו של האופרנד הקטן מבין השניים (כלומר, יותר קל לחשב 3 + 6 מאשר 5 + 6). אפקט גודל הבעיה התגלה עבור כל ארבע פעולות החשבון הבסיסיות – חיבור, חיסור, כפל וחילוק (Ashcraft, 1992; Núñez-Peña et al., 2006).

אפקט חציית עשרת מתייחס לכך שיותר קשה לחבר שני מספרים חד-ספרתיים שסכומם שווה או גדול מ-10 (חציית עשרת) מאשר שני מספרים שסכומם קטן מ- 10 (ללא חציית עשרת). למשל, התרגיל 9 + 8 כולל חציית עשרת ועל כן יותר קשה לחישוב מאשר 14 + 3, למרות שסכומם שווה. מחקרים רבים הראו את אפקט חציית עשרת. כך למשל, חיבור של תרגילים הכוללים חציית עשרת איטי יותר מחיבור של תרגילים ללא חציית עשרת, גם כאשר החישוב מוצג כשאלה פתוחה (Deschuyteneer et al., 2005; Moeller et al., 2011) וגם כאשר הוא מוצג כשאלה של הכרעת נכון/לא נכון (Klein et al., 2010). חיבור הכולל חציית עשרת הוא לא רק איטי יותר, אלא גם מועד לטעויות יותר מאשר תרגיל ללא חציית עשרת (Furst & Hitch, 2000; Imbo et al., 2007). אפשר לשער השערות שונות לגבי מקורו של אפקט זה – לדוגמה, אלגוריתם חיבור עם המרה (בעקבות חציית עשרת) יוצר עומס קוגניטיבי גדול יותר מאלגוריתם חיבור ללא המרה (Imbo et al., 2007). במחקר הנוכחי בדקנו את הגורמים הקוגניטיביים לכך שתרגילים עם חציית עשרת הם קשים יותר.

סייג-סעדה וצבירן-גינת (2020) מצאו כי קיימים כמה מקורות שונים לקושי בחציית עשרת. המשתתפים במחקר שלהן פתרו תרגילי חיבור דו ספרתיים עם חציית עשרת, כאשר חלק מהתרגילים כללו חציית עשרת במיקום היחידות וחלקם במיקום העשרות. המשתתפים התבקשו לפתור כל תרגיל באסטרטגיה ספציפית: לחשב מימין לשמאל (לחבר את היחידות ואז את העשרות) או לחשב משמאל לימין (לחבר את העשרות ואז את היחידות). החוקרות מצאו כמה אפקטים שהשפיעו על החישוב. ראשית, **אפקט מיקום החציה**: החישוב היה איטי יותר כאשר חציית עשרת הייתה ביחידות ומהיר יותר כאשר החצייה הייתה בעשרות. שנית, **אפקט האסטרטגיה**: החישוב באסטרטגיית "מימין לשמאל" היה איטי יותר מחישוב משמאל לימין. בנוסף, נמצאה **אינטראקציה** בין מיקום החצייה לאסטרטגיית החישוב: בתרגילים בהם חציית עשרת הייתה ביחידות, החישוב באסטרטגיית "מימין לשמאל" היה איטי יותר מחישוב משמאל לימין, אבל אפקט האסטרטגיה לא נמצא כאשר החצייה הייתה בעשרות. מחקרן לא בדק מה הגורמים הקוגניטיביים אשר משפיעים על רמת הקושי של החישוב.

ישנן מספר יכולות מרכזיות המעורבות בחישוב אלגוריתם דו ספרתי הכולל חציית עשרת: יכולת של זיכרון פעיל לבצע מניפולציה על המידע במצבי חישוב שונים, יכולת של כישורים ניהוליים לווסת את החישוב, יכולת לשמור ולשלוף מידע מילולי מן הזיכרון ועוד. להלן נפרט לגבי מעורבותו של זיכרון פעיל בתהליך החישוב. לגבי שאר הגורמים, נפרט יותר בדיון.

1.2 יכולת של זיכרון פעיל לבצע מניפולציה על המידע במצבי חישוב שונים - עומס זיכרון פעיל

זיכרון הינו מנגנון קוגניטיבי המאפשר לקודד, לארגן, לשמור ולשלוף מידע בעת הצורך. קיימים סוגי זיכרון שונים אשר נבדלים באופן בו הם מעבדים את המידע. זיכרון לטווח ארוך מאחסן כמויות גדולות של מידע לטווחי זמן ארוכים (דקות, שעות, ימים, שנים), למשל עובדות יסוד מתמטיות. אנו יכולים לאחסן גם כמויות קטנות של מידע בזיכרון לטווח קצר למשך שניות בודדות. סוג נוסף של זיכרון הינו זיכרון פעיל - זיכרון עבודה ששומר מידע לטווח קצר באופן המאפשר לפקח על המידע ולבצע עליו פעולות מנטליות שונות.

אחד מן המודלים המתארים זיכרון פעיל הוא המודל של Baddeley and Hitch (1974). לפי מודל זה, זיכרון עבודה כולל שלושה רכיבים לפחות: לולאה פונולוגית (Phonological Loop); לוח חזותי מרחבי (Visuo-Spatial Sketch Pad); ומנגנון בקרה מרכזי (Central Executive). מנגנון הבקרה המרכזי מתאם בין הרכיבים השונים בזיכרון עבודה ובינם לבין זיכרון לטווח ארוך, מקצה משאבי קשב ומאפשר לבצע פעולות מנטליות שונות על המידע המאוחסן בזיכרון הפעיל (Baddeley, 1996).

מספר מחקרים התבססו על המודל הנ״ל כדי להבין את מעורבותו של הזיכרון הפעיל בביצוע פעולות מתמטיות באמצעות מטלה כפולה (Dual Task). במערך מחקרי כזה המשתתף מתבקש לבצע שתי מטלות במקביל, והרעיון הוא שהביצוע במטלה אחת פוגע בשנייה ספציפית במצב בו שתי המטלות מעמיסות על אותו מנגנון קוגניטיבי. מחקרים מסוג זה מצאו שחישוב תרגילי חיבור היה איטי יותר כשהמטלה הנוספת הפעילה עומס על מנגנון הבקרה המרכזי (Hubber et al., 2014). בנוסף, עומס פונולוגי גרם לשיעור טעויות גדול בביצוע תרגיל חיבור כאשר התרגיל הוצג לחשיפה קצרה, בהשוואה למצב בו התרגיל הוצג לחשיפה ממושכת (Furst & Hitch, 2000). מחקרים אלו מראים שעומס גדול על הזיכרון הפעיל פוגע ביכולת לבצע חיבור.

עומס על הזיכרון הפעיל עשוי להיווצר באופן טבעי בשלבים שונים של החישוב (DeStefano & LeFevre, 2004), כתלות במספר הפריטים שצריך לזכור בכל שלב. במחקר של סייג-סעדה וצבירן-גינת (2020), החישוב תמיד כלל שני שלבים: בשלב ראשון המשתתפים חיברו את ספרות העשרות ובשלב השני את ספרות היחידות, או בסדר הפוך. אם המשתתפים משתמשים בזיכרון באופן יעיל, ו״נפטרים״ בכל שלב ממידע שאינו הכרחי, התוצאה היא שעומס הזיכרון אינו אחיד בין השלבים: בשלב הראשון של החישוב צריך לתפעל יותר פריטים (4 פריטים), בין אם אסטרטגיית החישוב הייתה מימין לשמאל או משמאל לימין, אך בשלב השני של החישוב צריך לתפעל 3 פריטים בלבד (תרשים 1). כתוצאה מכך, בשלב הראשון של החישוב נוצר עומס גדול יותר על הזיכרון הפעיל מאשר בשלב השני, ללא תלות באסטרטגית החישוב. בהתאמה לכך, סייג-סעדה וצבירן-גינת מצאו ששלב החישוב הראשון איטי יותר כאשר ישנה הצטלבות בין שני מקורות קושי (אפקט אינטראקציה). מצב ייחודי זה נוצר כאשר חצית העשרת היא ביחידות ואסטרטגיית החישוב היא מימין לשמאל.

עומס על הזיכרון הפעיל גורם לטעויות בחיבור הכולל חציית עשרת יותר מאשר חיבור ללא חציית עשרת (Archambeau & Gevers, 2018). עצם נוכחות חציית עשרת בתרגיל מעלה את רמת הקושי של התרגיל (אפקט חציית עשרת, סעיף 1.1). בהתאם לכך, במחקר הנוכחי בדקנו כיצד הצטלבות שני גורמי קושי, חציית עשרת ועומס על הזיכרון הפעיל, משפיעים על החישוב.

		שלב ראשון	שלב שני	שלב שלישי
א. חישוב משמאל לימין, חציית				
עשרת במיקום עשרות.	פריטים בזיכרון	3, 60, 4, 70	130, 3, 4	130, 7
	החישוב	70+60	4+3	130+7
74+63	מס' פריטים בזיכרון	**4**	3	
	מיקום חציית עשרת	**עשרות**	אין	
ב. חישוב משמאל לימין, חציית				
עשרת במיקום יחידות.	פריטים בזיכרון	6, 30, 7, 40	6, 7, 70	70, 13
	החישוב	40+30	7 + 6	70 + 13
47+36	מס' פריטים בזיכרון	4	3	
	מיקום חציית עשרת	אין	יחידות	
ג. חישוב מימין לשמאל, חציית				
עשרת במיקום עשרות.	פריטים בזיכרון	3, 60, 4, 70	7, 60, 70	7, 130
	החישוב	4+3	70+60	130+7
74+63	מס' פריטים בזיכרון	4	3	
	מיקום חציית עשרת	אין	עשרות	
ד. חישוב מימין לשמאל, חציית				
עשרת במיקום יחידות.	פריטים בזיכרון	**6, 30, 7, 40**	13, 30, 40	13, 70
	החישוב	**7 + 6**	40+30	70 + 13
47+36	מס' פריטים בזיכרון	**4**	3	
	חציית עשרת	**יחידות**	אין	

תרשים 1. הצטלבות בין עומס זיכרון לבין חציית עשרת בחיבור דו ספרתי. (א) הצטלבות בין חציית עשרת במיקום עשרות (74+63) לבין עומס זיכרון בשלב הראשון של החישוב. (ב) ללא הצטלבות בין חציית עשרת לעומס זיכרון. (ג) ללא הצטלבות בין חציית עשרת לעומס זיכרון. (ד) הצטלבות בין חציית עשרת במיקום יחידות (47+36) לבין עומס זיכרון בשלב הראשון של החישוב.

1.3 המחקר הנוכחי

המטרה הכללית של המחקר הנוכחי הייתה לבחון את המנגנונים שעומדים מאחורי היכולת לבצע בפועל חישוב באמצעות אלגוריתם ולפתור את התרגיל בעל-פה.

המשתתפים במחקר חישבו בעל פה תרגילי חיבור דו ספרתיים באמצעות שתי אסטרטגיות ספציפיות - משמאל לימין (קודם עשרות ואז יחידות) או מימין לשמאל (קודם יחידות ואז עשרות). כך נוצר מצב שבכל תרגיל היו 2 שלבים של חישוב תוצאות ביניים – חיבור היחידות וחיבור העשרות או להפך, ובנוסף שלב של מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. כמו כן, כל התרגילים כללו חציית עשרת אחת, במיקום היחידות או במיקום העשרות. כתוצאה מהאינטראקציה בין שני הגורמים הללו, חציית עשרת יכלה להתרחש או בשלב הראשון או בשלב השני של החישוב. חצייה בשלב הראשון חלה כאשר חציית העשרת בעשרות ומחשבים משמאל לימין, או כאשר חציית העשרת ביחידות ומחשבים מימין לשמאל (תרשים 2).

מדדנו זמן חישוב לכל שלב בנפרד: שלב 1, שלב 2, ושלב המיזוג (ראה פרק 3). מדידה ספציפית של שלבי החישוב השונים אפשרה להתחקות אחר תופעות ותהליכים אשר מתרחשים ברמת השלב ולא רק ברמת התרגיל.

		מיקום חצייה	
		יחידות (27+38)	עשרות (72+83)
אסטרטגיית חישוב	משמאל לימין	שלב 1	שלב 2
	מימין לשמאל	שלב 2	שלב 1

תרשים 2. שלבי חישוב תוצאות הביניים לפי אסטרטגיית החישוב ומיקום חציית עשרת.

בעקבות מחקרים קודמים בתחום, העלינו מספר ניבויים אפשריים. ראשית, ציפינו לשחזר את אפקט חציית עשרת – קשה לחבר שני מספרים חד-ספרתיים שסכומם שווה או גדול מ-10 (חציית עשרת) מאשר שני מספרים שסכומם קטן מ- 10 (ללא חציית עשרת). שנית, ציפינו לשחזר את הממצאים של סייג-סעדה וצבירן-גינת (2020): קשה יותר לחשב כאשר חציית עשרת במיקום היחידות, בהשוואה למצב בו חציית עשרת במיקום העשרות; קשה יותר לחשב כאשר מחשבים מימין לשמאל, בהשוואה למצב בו מחשבים משמאל לימין. ספציפית, אם חציית העשרת במיקום היחידות, החישוב קשה יותר כאשר מחשבים מימין לשמאל, וקל יותר כאשר מחשבים משמאל לימין (אפקט אינטראקציה). לבסוף, שיערנו שבשלב הראשון של החישוב נוצר עומס גדול יותר על הזיכרון הפעיל. בהתאם לכך, ציפינו שכאשר ישנה הצטלבות בין שני גורמי קושי - חציית עשרת ועומס זיכרון בשלב הראשון של החישוב - ייווצר עומס קוגניטיבי משמעותי (תרשים 1), שיבוא לידי ביטוי בטעויות או באיטיות.

2. שיטה

2.1 משתתפים

במחקר השתתפו 36 דוברי עברית בגילאים 21-36 (ממוצע: 26.5, ס״ת: 4), בעלי ראייה תקינה, ללא קשיים ידועים בתחום החישוב, לקויות למידה או הפרעות קשב. הם גויסו דרך רשתות חברתיות.

המחקר אושר ע"י ועדת אתיקה של אוניברסיטת תל אביב. כל המשתתפים נתנו את הסכמתם להשתתף בניסוי וקיבלו תשלום עבור השתתפותם.

2.2 מבדקי סינון

קריטריון ההכללה במחקר התבסס על 5 מטלות: מטלת ספאן ספרות וספאן מילים לבדיקת זיכרון לטווח קצר, מטלת ספאן ספרות לאחור וספאן הקשבה לבדיקת זיכרון פעיל, ומטלת חישוב פשוט לבדיקת ידע עובדות יסוד. מתוך 36 פונים, 31 עמדו בתנאי הסף בכל 5 המטלות, והשתתפו במחקר. להלן פירוט המטלות:

2.2.1 מבדקי זיכרון

ספאן ספרות, ספאן מילים - מטלת טווח זכירת ספרות מסוג היזכרות (קיבולת זיכרון לטווח קצר), מתוך סוללת "פריגבי" (Gvion & Friedmann, 2002; Gvion & Friedmann, 2008). המשתתפים חזרו על רצפי ספרות/מילים הולכים ומתארכים. בכל רמה הוצגו עד 5 סטים באורך מסוים. אם המשתתף חזר בהצלחה

(ספרות/מילים נכונות בסדר הנכון) על 3 רצפים, הוא המשיך לרמה הבאה, רצף ארוך יותר בספרה אחת. טווח הזכירה (ציון הספאן) מיוצג על ידי הרמה האחרונה בה המשתתף הצליח לחזור על 3 סטים, ועוד חצי נקודה אם הצליח לחזור על 2 סטים ברמה ספציפית. במחקר נכללו רק משתתפים שספאן הספרות שלהם היה 5.5 ומעלה ($z \geq -1.4$ בהשוואה לקבוצת ביקורת של 35 משתתפים), וספאן המילים שלהם היה 4.5 ומעלה ($z \geq -1.4$ בהשוואה לקבוצת ביקורת של 35 משתתפים).

ספאן ספרות לאחור - מטלת טווח זכירת ספרות לאחור מסוג היזכרות (קיבולת זיכרון פעיל), מתוך סוללת "פריגבי" (Gvion & Friedmann, 2002; Gvion & Friedmann, 2008). המטלה מועברת כמו ספאן ספרות רגיל, פרט לכך שכאן המשתתפים חזרו על רצפי ספרות בסדר הפוך מהסוף להתחלה (לדוגמה, אם הוקרא הרצף 1,3 המשתתפים חזרו 3,1). במחקר נכללו רק משתתפים שציון הספאן שלהם הוא 4.5 ומעלה ($z \geq -1.0$ בהשוואה לקבוצת ביקורת של 35 משתתפים).

ספאן הקשבה - מטלה לבדיקת קיבולת זיכרון פעיל, מתוך סוללת "פריגבי" (Gvion & Friedmann, 2002; Gvion & Friedmann, 2008). כל פריט במטלה זו הוא רצף של שניים עד שישה משפטים, ובכל רמה הוצגו עד 5 פריטים באורך מסוים. כל פריט הוצג באופן הבא: המשפטים הוקראו למשתתף אחד-אחד, ובתום הקראת משפט המשתתף התבקש להכריע האם המשפט אמת/שקר. לאחר הקראת המשפט האחרון באותו פריט, המשתתף התבקש לחזור על כל המילים האחרונות בכל אחד מן המשפטים בפריט. אם המשתתף הצליח בשלושה פריטים, הוא המשיך לרמה הבאה, בה הפריטים ארוכים יותר במשפט אחד. טווח הזכירה (ציון הספאן) מיוצג על ידי הרמה האחרונה בה המשתתף הצליח בשלושה פריטים, ועוד חצי נקודה אם הצליח 2 פריטים ברמה ספציפית. בניסויים נכללו רק משתתפים שציון הספאן שלהם הוא 3.5 ומעלה ($z \geq -1.2$ בהשוואה לקבוצת ביקורת של 35 משתתפים).

2.2.2 מטלת חישוב פשוט (נספח 1)

מטרת המטלה הייתה לוודא שהמשתתפים שולטים בעובדות היסוד של חיבור חד-ספרתי. הם התבקשו לפתור בעל פה 28 תרגילי חיבור חד ספרתיים שהורכבו מהספרות 2-9, מתוכם 19 כללו חציית עשרת. התרגילים הוצגו על גבי מסך מחשב, וכדי לענות המשתתף לחץ על אחד מ-20 כפתורים. נאסר להשתמש באמצעי עזר, למשל לדמיין, לספור, או להשתמש באצבעות. במחקר נכללו משתתפים שעשו 3 טעויות חישוב לכל היותר.

2.3 הליך וכלים

לאחר מפגש הסינון התקיימו 2 מפגשים פרטניים באמצעות ממשק ZOOM, בהם הועברו מטלת חיבור דו-ספרתי ומטלת Recent Probs. הועברו גם מטלות נוספות, שבסופו של דבר לא נעשה בהן שימוש במחקר, ומתוארות בסעיף **Error! Reference source not found.**.

2.3.1 מטלת חיבור דו ספרתי (נספח 2)

המטלה מתבססת על מטלת החישוב ממחקרן של סייג-סעדה וצבירן-גינת (2020).

בכל צעד המשתתף שמע תרגיל חיבור עם שני אופרנדים דו ספרתיים ואמר את התשובה. המטלה מורכבת מ-48 תרגילי חיבור, כולם עם חציית עשרת: 24 במיקום היחידות ו-24 במיקום העשרות (לדוגמה: 37+28, 73+82). התרגילים והתוצאות הורכבו מהספרות 2-9 (ללא 0, 1). נאסר על המשתתף לכתוב את התרגיל או התשובה, לדמיין את דרך הפתרון או לסמן עם אצבעות הידיים. כל תרגיל הועבר פעמיים (בשני בלוקים נפרדים),

ובכל בלוק הייתה הנחיה שונה לגבי אסטרטגיית החישוב הספציפית בה יש להשתמש – משמאל לימין (קודם עשרות ואז יחידות) או מימין לשמאל (קודם יחידות ואז עשרות). במהלך החישוב המשתתפים צפו בסרטון של קלידוסקופ, על מנת לייצר הסחה ויזואלית ולעודד התבססות על מנגנונים מילוליים.

בכל תרגיל המשתתף התבקש להגיד בקול את תוצאת הביניים הראשונה (סכום העשרות/יחידות), תוצאת הביניים השנייה ואת התשובה הסופית.

2.3.2 *מטלת Recent Probes*

בכל צעד במטלה הוצגו על גבי מסך מחשב ארבע מילים בנות שתי הברות למשך 3 שניות, אחריהן הופיע מסך ריק למשך 3 שניות ולבסוף הופיעה במרכז המסך מילת מטרה. המשתתף התבקש להחליט האם מילת המטרה הייתה או לא הייתה זהה לאחת מארבעת המילים שהוצגו לפניה. המטלה כללה שלושה תנאים: (1) תנאי חיובי, בו מילת המטרה הייתה אחת מארבעת המילים שהוצגו, (2) תנאי שלילי - מילת המטרה לא הוצגה בארבעת המילים שקדמו למסך הריק וגם לא בצעד הקודם, (3) תנאי מסיח - מילת המטרה לא הייתה בין ארבעת המילים בצעד הנוכחי, אבל כן הוצגה בארבעת המילים שהופיעו בצעד הקודם. לא הופיעו יותר משלושה צעדים רצופים מאותו תנאי. התנאי הקריטי במטלה הוא התנאי המסיח, שדורש מהמשתתף להתנתק מגירויים "ישנים" ולעדכן בזיכרון גירויים "חדשים". המדד בו השתמשנו הוא ההפרש באחוזי הטעויות בין התנאי המסיח לתנאי השלילי.

2.3.3 *מדד זיכרון*

על מנת לבחון עד כמה הבדלים בין-אישיים בתפקודי זיכרון פעיל משפיעים על זמן החישוב חישבנו עבור כל משתתף מדד המשקף את תפקודי הזיכרון. המדד הינו ערך z ממוצע של 3 מטלות להערכת זיכרון פעיל: ספאן ספרות לפנים ולאחור, מטלת Recent Probes. את מדד הזיכרון השווינו למדדים שונים במטלת חיבור דו ספרתי, כמפורט בהמשך.

3. תוצאות

במטלת החיבור הדו-ספרתי, בכל תרגיל היו 2 שלבים של חישוב תוצאות ביניים – חיבור היחידות וחיבור העשרות (בסדר זה או הפוך, בהתאם לאסטרטגיה), ובנוסף שלב של מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. בהתאמה, לכל תרגיל חישבנו 4 מדדי זמן: **זמן כולל** (RTt) - מרגע סיום השמעת התרגיל עד תחילת אמירת התוצאה סופית (ממוצע 8.05 ש', ס"ת 1.64); **משך שלב חישוב 1** (RT1) - מרגע שהמשתתף סיים לחזור על התרגיל (האופרנדים) עד שהתחיל לתת את התשובה לשלב הראשון (ממוצע 1.6 ש', ס"ת 0.59); **משך שלב חישוב 2** (RT2) - מרגע סיום אמירת תוצאת ביניים ראשונה ועד מתן התשובה לשלב השני (ממוצע 1.83 ש', ס"ת 0.72); **משך שלב מיזוג תוצאות ביניים** (RTm) – מרגע סיום אמירת תוצאת ביניים שנייה ועד מתן תוצאה סופית (ממוצע 1.23 ש', ס"ת 0.25).

הוצאנו מהניתוח 117 צעדים (3.9%) בהם התוצאה הסופית הייתה שגויה, או שהמשתתפים לא מילאו אחר ההנחיות. בנוסף, הוצאנו מהניתוח גם 47 צעדים בהם זמן התגובה הכולל (RTt) היה ארוך באופן חריג (outlier). הסף לזמן תגובה חריג היה 15.2 שניות – גבוה מהרבעון השלישי של זמני התגובה ב-220% המרחק הבין-רבעוני. סף זה הינו שמרני, על מנת להימנע מניפוי נתונים רבים (Hoaglin & Iglewicz, 1987).

3.1 קשה לחשב תרגיל הכולל חציית עשרת

ראשית, בדקנו את שלבי החישוב של תוצאות-הביניים במטרה לברר האם החישוב איטי יותר כאשר הוא כולל חציית עשרת. חציית עשרת יכולה להתרחש בשלב הראשון או בשלב השני של החישוב. חצייה בשלב הראשון תתרחש כאשר חציית העשרת היא בעשרות (למשל 83+74) ומחשבים משמאל לימין, או כאשר החצייה ביחידות ומחשבים מימין לשמאל. חצייה בשלב השני תתרחש כאשר חציית העשרת היא בעשרות ומחשבים מימין לשמאל, או כאשר החצייה ביחידות ומחשבים משמאל לימין (תרשים 2) בניתוח של שני שלבי החישוב ביחד (RT1, RT2), השלבים עם חציית עשרת (ממוצע 1.77 ש', ס"ת 1.15) היו איטיים יותר מהשלבים ללא חציית עשרת (ממוצע 1.61 ש', ס"ת 0.99). כדי לברר אם ההבדל הזה מובהק, ערכנו ניתוח Linear mixed model (LMM) על זמני התגובה של שלבי החישוב (RT1 ו-RT2, שהוכנסו באותו ניתוח). הנבדק היה גורם אקראי, והיה גורם תוך-נבדקי אחד: יש/אין חצייה בשלב הרלוונטי. האפקט של משתנה החציה היה מובהק ($F(1,5591.9) = 42.8$, $p < 0.001$). כלומר, במהלך חישוב תוצאת הביניים, בלי קשר לשלב החישוב, החישוב איטי יותר כאשר יש חציית עשרת מאשר כאשר אין חצייה.

אותו אפקט נמצא גם כשניתחנו, בעזרת LMM עם אותם גורמים, את כל אחד משני שלבי החישוב בנפרד: החישוב עם חצייה היה איטי יותר גם בשלב החישוב הראשון (עם חציה: ממוצע 1.69 ש', ס"ת 1.11. בלי חציה: ממוצע 1.46 ש', ס"ת 0.91; $F(1,2780.01) = 56.3$, $p < .001$) וגם בשלב החישוב השני (עם חציה: ממוצע 1.84 ש', ס"ת 1.19. בלי חציה: ממוצע 1.76 ש', ס"ת 1.05; $F(1,2780.01) = 4.1$, $p = .044$).

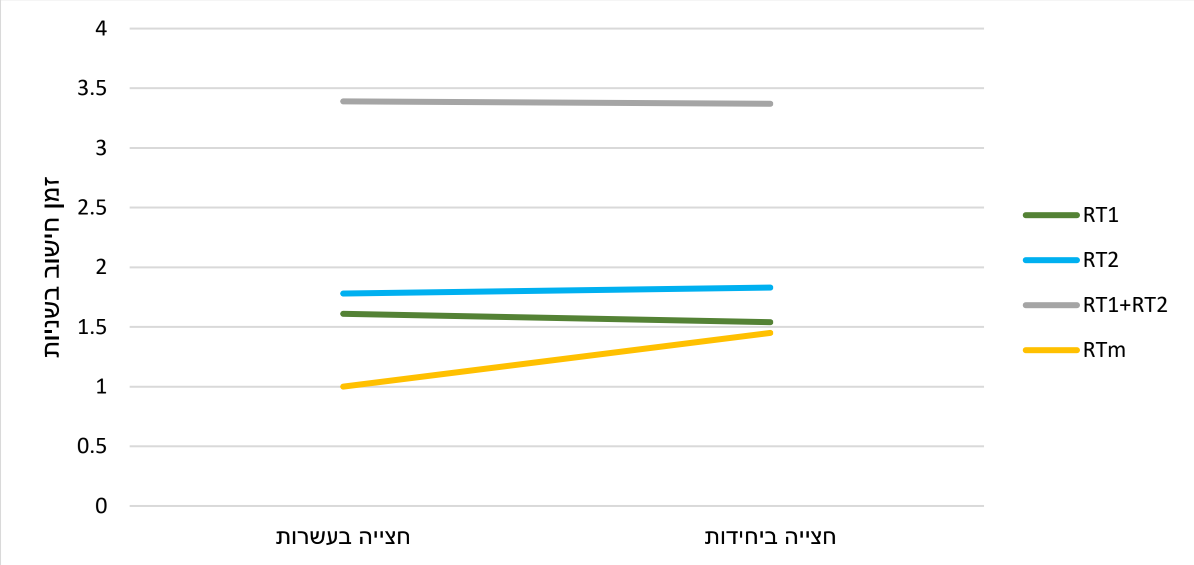
ממצאים אלה תואמים מחקרים שמראים שיותר קשה לחבר שני מספרים חד-ספרתיים שסכומם 10 או יותר (חציית עשרת) מאשר שני מספרים שסכומם קטן מ-10 (ללא חציית עשרת. Deschuyteneer et al., 2005; Furst & Hitch, 2000; Imbo et al., 2007; Klein et al., 2010; Moeller et al., 2011). החידוש כאן הוא שהראינו את אפקט חציית עשרת לא רק ברמת התרגיל, אלא גם ספציפית בשלבי החישוב השונים.

3.2 ההשפעה של מורכבות האלגוריתם: אפקט מיקום חציית עשרת

בדקנו כיצד מיקום החצייה – ביחידות או בעשרות – משפיע על זמן החישוב הכולל (RTt). החישוב היה איטי יותר כאשר חציית העשרת הייתה ביחידות (ממוצע 8.18 ש', ס"ת 2.35) בהשוואה לחציה בעשרות (ממוצע 7.79 ש', ס"ת 2.19). כדי לברר אם ההבדל הזה מובהק, ערכנו ניתוח Linear mixed model (LMM) על RTt. הנבדק היה גורם אקראי, והגורמים התוך-נבדקיים היו מיקום החצייה (יחידות / עשרות), אסטרטגיית החישוב (משמאל / מימין) והאינטראקציה ביניהם. האפקט של מיקום החצייה היה מובהק ($F(1,2778.05) = 49.2$, $p < 0.001$). כלומר, קשה יותר לחשב תרגיל עם חציית עשרת במיקום היחידות מאשר עם חצייה במיקום העשרות. בנוסף, היה אפקט מובהק לאסטרטגיית החישוב ($F(1,2778.06) = 40.4$, $p < .001$), ואינטראקציה מובהקת ($F(1,2778.01) = 10.7$, $p = .001$).

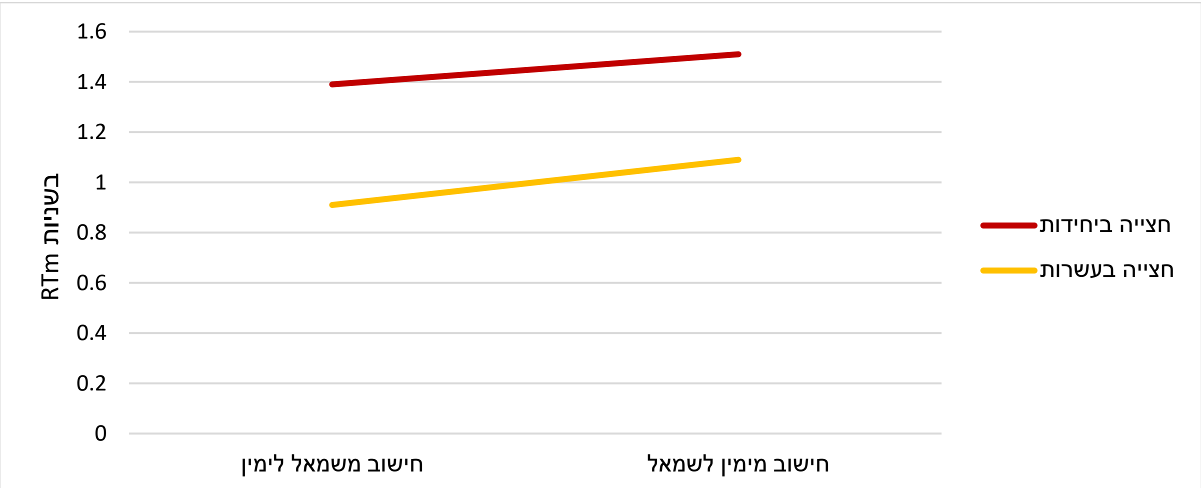
על מנת להתחקות אחר מקור הקושי הספציפי בחצייה ביחידות, בדקנו את כל אחד משלבי החישוב בנפרד (שלב ראשון, שלב שני, מיזוג), כדי לראות באיזה מהם יש השפעה למיקום החציה (יחידות/עשרות, תרשים 3). בשלב מיזוג תוצאות הביניים, החישוב היה איטי יותר כאשר החציה הייתה ביחידות בהשוואה לחצייה בעשרות (LMM על RTm עם הנבדק כגורם אקראי ומיקום החציה כגורם תוך נבדקי: $F(1,2780.42) = 395.7$, $p < .001$). כלומר, שלב המיזוג איטי יותר כאשר החצייה ביחידות בהשוואה למצב בו מתבצעת חצייה בעשרות.

בשלבים המוקדמים יותר, לא נמצאה השפעה של מיקום החציה (LMM דומים: $p = .067$:RT1; RT2: $p = .127$; RT1+RT2: $p = .879$).



תרשים 3. משך החישוב בשניות כפונקציה של מיקום החצייה (יחידות/עשרות) עבור שלבי החישוב השונים. בשלב המיזוג, החישוב היה מהיר יותר כאשר החצייה הייתה בעשרות מאשר ביחידות. בשאר השלבים, לא נמצא אפקט כזה.

השפעת מיקום החציה – חישוב איטי יותר כאשר חציית העשרת היא במיקום היחידות – נמצאה גם בנפרד עבור כל אחת מאסטרטגיות החישוב (מימין / משמאל, תרשים 4) (LMM על RTm עם הנבדק כגורם אקראי ומיקום החציה כגורם תוך נבדקי עבור חישוב מימין: $F(1,1354.89) = 148.5$, $p < .001$; עבור חישוב משמאל: $F(1,1394.27) = 301.5$, $p < .001$). כלומר, בשלב מיזוג תוצאות ביניים (RTm), ובו בלבד, החישוב היה איטי יותר כאשר חציית עשרת הייתה במיקום יחידות מאשר כשהייתה במיקום העשרות, ללא קשר לאסטרטגיית החישוב.



תרשים 4. משך שלב המיזוג בשניות כפונקציה של אסטרטגיית החישוב (חישוב מימין/משמאל) בחלוקה לפי מיקום חצייה (יחידות/עשרות). החישוב היה איטי יותר מימין לשמאל, ואיטי יותר כשהחציה הייתה ביחידות.

מדוע קשה יותר למזג את תוצאות הביניים כאשר החצייה ביחידות בהשוואה לחציה בעשרות? סיבה אפשרית היא שבשלב המיזוג חציה ביחידות יוצרת אלגוריתם מורכב יותר מאשר חציה בעשרות: יותר קשה למזג 70+13 (חצייה ביחידות) מאשר 130+7 (חצייה בעשרות), לא משנה מה אסטרטגיית החישוב (מימין לשמאל או משמאל לימין). כאשר החציה בעשרות, למשל במיזוג 130+7, ספרת היחידות ״עוברת״ כמו שהיא למקום הפנוי, כך שהמיזוג של שתי תוצאות הביניים הוא טריוויאלי (13<u>7</u>). לעומת זאת, כאשר החציה ביחידות, כמו במיזוג 70+13, המיזוג פחות טריוויאלי כי יש לבצע חישוב נוסף (7+1) על מנת להגיע לתוצאה הסופית (<u>8</u>3).

3.3 ההשפעה של אסטרטגיית החישוב

בדקנו את שלבי החישוב של תוצאות-הביניים במטרה לברר האם אסטרטגיית החישוב משפיעה על זמן החישוב הכולל RTt. החישובים מימין לשמאל, כלומר כאשר קודם מחברים יחידות ואז עשרות ($M = 8.15$, $SD = 2.32$), היו איטיים יותר מחישובים משמאל לימין, כאשר קודם מחברים עשרות ואז יחידות ($M = 7.82$, $SD = 2.22$). אפקט האסטרטגיה היה מובהק: ב-LMM שתואר בפרק 3.2 על RTt, בו הגורמים היו מיקום החצייה (יחידות/עשרות), אסטרטגיית החישוב והאינטראקציה ביניהם, אפקט האסטרטגיה היה מובהק ($F(1,2778.06) = 40.4$, $p < .001$).

מדוע החישוב משמאל לימין קל יותר? ניתן לשער מספר סיבות אפשריות לכך. סיבה ראשונה הינה הבדלים **בייצוג מבנה המספר** במהלך החישוב. בחישוב משמאל לימין, מבנה המספר של התוצאה נבנה כבר בשלב הראשון של החישוב. לדוגמה, עבור התרגיל 41+25 כבר בשלב הראשון של החישוב ברור כי התוצאה הסופית הינה מספר דו ספרתי (60), ולאחר שלב החישוב השני אין שינוי במבנה המספר (66). לעומת זאת, בחישוב מימין לשמאל, בשלב הראשון של החישוב נוצרת תוצאת-הביניים עם מבנה ששונה מהתוצאה הסופית, והמבנה "עובר עדכון" לאחר שלב החישוב השני. לדוגמה, עבור התרגיל 41+25, בשלב הראשון של החישוב מבנה תוצאת הביניים הינו חד ספרתי (6), ולאחר השלב השני יש שינוי למבנה של מספר דו ספרתי (66). בעיבוד מספרים סימבוליים, למשל בקריאת מספרים, מבנה המספר הוא האתגר הקוגניטיבי המרכזי, לפיכך לא בלתי-סביר להניח שיש לו השפעה גם בחישוב (Dotan & Handelsman, 2022).

אם ההסבר הנ״ל נכון, נצפה שהאסטרטגיה תשפיע על שלב החישוב השני, והוא יהיה איטי יותר כאשר מחשבים מימין לשמאל (בהשוואה לחישוב משמאל לימין) בשל הצורך לעדכן את מבנה המספר. לעומת זאת, האסטרטגיה לא אמורה להשפיע על שלב החישוב הראשון. הממצאים אישרו את הניבוי הזה. שלב החישוב השני (RT2) היה איטי יותר בחישוב מימין ($M = 1.86$, $SD = 1.13$) מאשר בחישוב משמאל ($M = 1.75$, $SD = 1.12$; ב-LMM על RT2 עם הנבדק כגורם אקראי והאסטרטגיה כגורם תוך נבדקי, אפקט האסטרטגיה היה מובהק $F(1,2780.08) = 14.3$, $p < 0.001$). לעומת זאת, לא נמצא הבדל כזה בשלב החישוב הראשון, RT1 (מימין: $M = 1.57$, $SD = 1.06$; משמאל: $M = 1.59$, $SD = 0.98$. בניתוח LMM זהה, $p = .921$).

אפקט האסטרטגיה היה מובהק גם בשלב המיזוג: המיזוג היה איטי יותר בחישוב מימין לשמאל מאשר בחישוב משמאל לימין (תרשים 4; ב-LMM על RTm עם הנבדק כגורם אקראי והאסטרטגיה כגורם תוך נבדקי, אפקט האסטרטגיה: $F(1,2780.56) = 41.8$, $p < .001$). ניתן להציע שני הסברים לאפקט האסטרטגיה בשלב המיזוג. הסבר אחד קשור להבדל ב**סדר האופרנדים בשלב המיזוג**. אנשים נוטים לבצע תרגילי חיבור בצורת מחובר גדול ועוד מחובר קטן ולא להיפך (Butterworth et al., 2001a; Pinheiro-Chagas et al., 2017). בחישוב משמאל לימין, הסדר הזה תואם את הסדר בו חושבו תוצאות הביניים. למשל, בתרגיל 41+25, תוצאת הביניים

הגדולה-יותר, 60=20+40, חושבה לפני תוצאת הביניים 6. בחישוב מימין לשמאל, הסדר לא תואם – תוצאת הביניים הקטנה-יותר (6) חושבה לפני הגדולה-יותר (60), ואז בשלב המיזוג צריך לשנות את סדר המחוברים כדי לחשב את התרגיל ב"סדר הנכון", פעולה שגוזלת זמן.

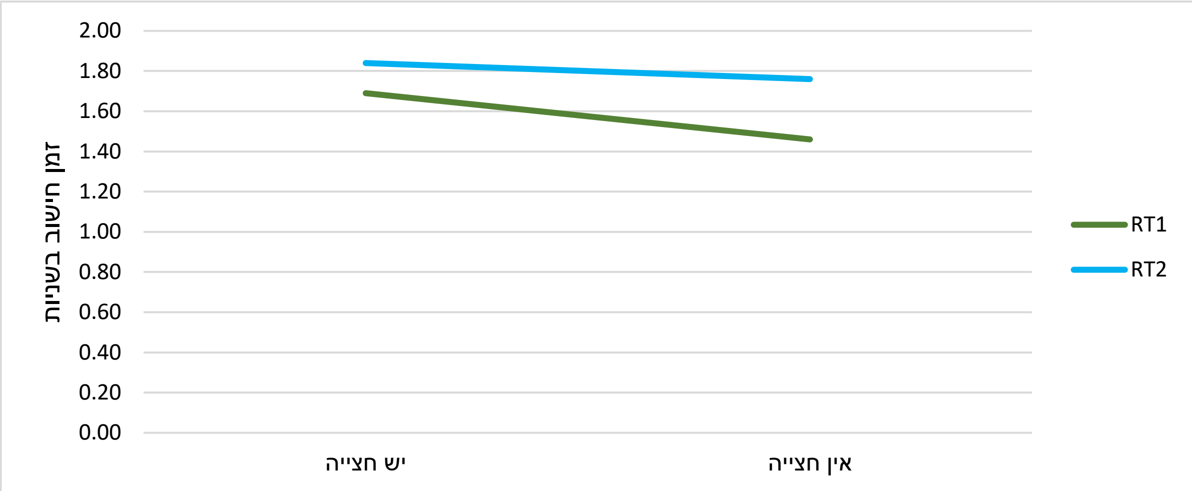
הסבר שני מתייחס גם הוא **לסדר האופרנדים בשלב המיזוג**, אבל לא מדבר על גדול + קטן לעומת קטן + גדול אלא על **סדר המילים**. כאשר חציית העשרת במיקום העשרות ומחשבים משמאל לימין, מתקבל מצב ייחודי: תוצאות הביניים יוצרות שרשרת מילים אשר תואמת את האופן בו אומרים את התוצאה בשפה העברית. לדוגמה, בחישוב 74+63 משמאל לימין, תוצאות הביניים 130 ו-7 יוצרות את רצף המילים של התוצאה, בסדר הנכון (מאה שלושים ושבע). בחישוב מימין לשמאל, סדר תוצאות הביניים לא תואם את סדר המילים (שבע, מאה שלושים).

היפותזת סדר המחוברים מסבירה את אפקט האסטרטגיה בשלב המיזוג (RTm) בין אם חציית העשרת היא בעשרות או ביחידות. לעומת זאת, היפותזת סדר המילים מסבירה את אפקט האסטרטגיה בשלב המיזוג (RTm) רק במצב בו חציית העשרת היא בעשרות; כאשר החציה ביחידות, עדיין נזדקק להסבר אחר, למשל היפותזת סדר המחוברים. הנתונים בידינו לא יכולים להכריע האם אפקט האסטרטגיה נובע רק מסדר המחוברים או משני הגורמים גם יחד. הנתונים תואמים את שתי האפשרויות, כיוון שאפקט האסטרטגיה על RTm נמצא גם כשחציית העשרת הייתה ביחידות (LMM כנ״ל: $F(1,1355.59) = 13.6$, $p < 0.001$) וגם כשהייתה בעשרות ($F(1,1393.28) = 78.1$, $p < 0.001$).

3.4 חציית עשרת ועומס זיכרון: שני גורמי קושי שההצטלבות שלהם יוצרת עומס קוגניטיבי

כפי שראינו לעיל (סעיף 3.1), החישוב קשה יותר (איטי יותר) כאשר הוא כלל חציית עשרת, והבדל זה נמצא מובהק גם בשלב חישוב 1 וגם בשלב חישוב 2. אך השפעת החציה הייתה גדולה יותר בשלב חישוב 1 מאשר בשלב 2 (תרשים 5). על מנת לברר אם ההבדל בהשפעת החציה בין שלבי החישוב מובהק, ערכנו ניתוח Linear mixed model (LMM) על זמני התגובה של שלבי החישוב (RT1 ו-RT2, שהוכנסו באותו ניתוח). הנבדק היה גורם אקראי, והגורמים התוך-נבדקיים היו חצייה (יש / אין חצייה), שלב החישוב (RT1, RT2), והאינטראקציה ביניהם. האינטראקציה הייתה מובהקת ($F(1,5590.05) = 13.2$, $p < .001$). כלומר, השפעת חציית העשרת – הפער בין חישוב הכולל חציית עשרת לבין חישוב שלא כולל חציית עשרת – הייתה גדולה במובהק בשלב החישוב הראשון מאשר בשלב חישוב שני.

מדוע השפעת חציית העשרת הייתה משמעותית יותר בשלב החישוב הראשון? סיבה אפשרית היא הצטלבות של שני גורמי קושי. גורם קושי ראשון הוא חציית עשרת: החישוב קשה יותר כאשר יש חציית עשרת. גורם קושי שני הוא העומס על הזיכרון הפעיל: העומס גדול יותר בשלב הראשון של החישוב מאשר בשלב השני. אנו משערים כי גם בחיבור משמאל לימין וגם בחיבור מימין לשמאל, בשלב הראשון של החישוב (RT1) צריך לזכור ולתפעל 4 פריטים (למשל בחישוב 48+39, צריך לזכור 9, 30, 8, 40). בשלב השני של החישוב (RT2), אם שני האופרנדים של השלב הראשון ״נזרקים״ מהזיכרון ומוחלפים בתוצאת הביניים, צריך לזכור ולתפעל 3 פריטים בלבד (למשל, בחישוב מימין לשמאל "זרקנו" את 8 ו-9 וצריך לזכור 40, 30, 17). לכן בשלב הראשון של החישוב נוצר עומס גדול יותר על הזיכרון הפעיל מאשר בשלב השני. כאשר שני האפקטים הללו – חציית עשרת עם עומס הזיכרון בשלב הראשון של החישוב – מצטלבים, נוצר עומס כפול ומכופל, שגורם לאיטיות.

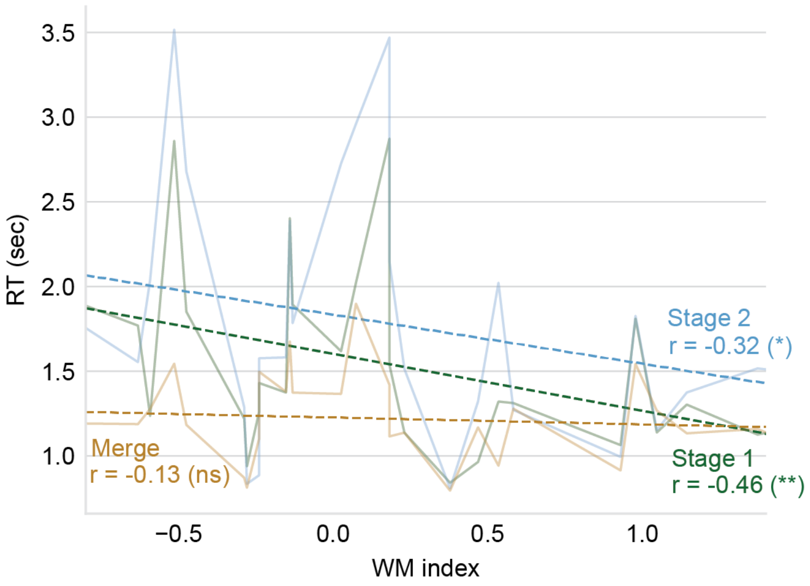


תרשים 5. משך כל אחד משלבי החישוב עם וללא חציית עשרת. החישוב איטי יותר כאשר יש חציית עשרת, ואפקט החצייה בולט במיוחד בשלב החישוב הראשון.

3.5 השפעת הזיכרון הפעיל על שלבי החישוב השונים

כדי לבסס את הטענה שהעומס על הזיכרון הפעיל אינו קבוע אלא שונה בשלבי החישוב השונים, וכנגזר מכך גם השפעתו על מהירות החישוב אינה קבועה בשלבי החישוב השונים, בדקנו – בנפרד עבור שלבי החישוב השונים – עד כמה הבדלים בין-אישיים בתפקודי זיכרון פעיל משפיעים על זמן החישוב. אכן, מצאנו שהזיכרון משפיע באופן סלקטיבי בשלבים מסוימים: ככל שיכולת הזיכרון (ערך z ממוצע של 3 מטלות להערכת זיכרון פעיל: ספאן ספרות לפנים ולאחור, Recent Probes Task) טובה יותר, כך משך שלב החישוב הראשון יורד (RT1: r = -.46, *p* = .005; תרשים 6). מתאם דומה, אך חלש יותר, נמצא עבור השלב השני (חישוב תוצאת ביניים שנייה, RT2 : r = -.32, *p* = .04), אבל לא נמצא מתאם בין הזיכרון לבין משך שלב המיזוג (RTm : r = -.13, *p* = .24). כדי לבדוק אם ההבדל בהשפעת הזיכרון בין שלבי החישוב לשלב המיזוג מובהק, ערכנו ניתוח Linear mixed model (LMM) על זמן התגובה של שלבי החישוב (RT1+2, RTm). הנבדק היה גורם אקראי, והגורמים התוך-נבדקיים היו ממוצע מדדי הזיכרון (ערך z ממוצע של 3 מטלות להערכת זיכרון פעיל: ספאן ספרות לפנים ולאחור, Recent Probes Task), שלב החישוב (RT1+2 או RTm) והאינטראקציה ביניהם. גורם האינטראקציה היה מובהק ($F(28,5563.9) = 47.5$, $p < .001$), כלומר, קיבולת הזיכרון הפעיל השפיעה על משך שלבי החישוב (RT1+2) יותר מאשר על משך שלב המיזוג (RTm). אותו אפקט נמצא גם כשניתחנו, בעזרת LMM עם אותם גורמים, את זמן התגובה של חישוב תוצאות הביניים בלבד ($F(28, 5563.9) = 9.2$, $p < .001$): קיבולת הזיכרון הפעיל השפיעה על משך שלב החישוב הראשון (RT1) יותר מאשר על שלב החישוב השני (RT2).

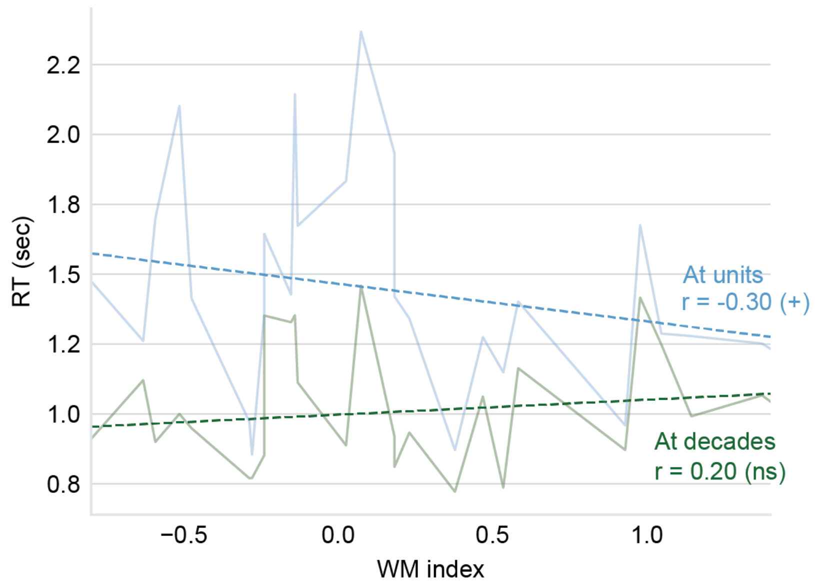
המסקנה היא שהזיכרון הפעיל ממלא תפקיד חשוב בחישוב תוצאות הביניים (באחסון, תפעול ועדכון של פריטים), בעיקר בחישוב תוצאת ביניים ראשונה, אבל חשיבותו פחותה בשלב המיזוג. מדוע? כפי ששיערנו לעיל (סעיף 3.4) בשלב הראשון צריך לזכור ולתפעל 4 פריטים, בשלב השני 3 פריטים ובשלב המיזוג 2 פריטים, כיוון שבמהלך החישוב האופרנדים "נזרקים" מהזיכרון ומוחלפים בתוצאות הביניים. כתוצאה מכך, ככל שמתקדמים בתהליך החישוב פוחת בהדרגה העומס על הזיכרון הפעיל (סעיף 3.4), לכן החשיבות של קיבולת הזיכרון האינדיווידואלית של המשתתף הולכת ופוחתת.



תרשים 6. הקשר בין תפקודי הזיכרון הפעיל (ממוצע ציוני התקן של 3 מטלות להערכת זיכרון פעיל: ספאן ספרות לפנים ולאחור, Recent Probes Task) לבין משך החישוב בכל שלב. קיבולת הזיכרון השפיעה על משך שלבי החישוב, במיוחד השלב הראשון, אבל לא על משך שלב המיזוג.

בדקנו יותר לעומק באיזה אופן ההבדלים הבין-אישיים בתפקודי זיכרון משפיעים על שלב המיזוג. למרות שקיבולת הזיכרון לא השפיעה על משך שלב המיזוג כשניתחנו את כל התרגילים יחד, היא כן השפיעה על משכו כאשר בדקנו רק את התרגילים הקשים יותר, כאלה עם חצייה ביחידות: בתרגילים אלה, ככל שיכולת הזיכרון הייתה טובה יותר, כך זמן המיזוג ירד ($r = -.30$, $p = .05$; תרשים 7). לעומת זאת, כאשר החצייה הייתה בעשרות, לא נמצא מתאם בין הזיכרון למשך שלב מיזוג ($r = .20$, $p = .14$). כדי לבדוק אם ההבדל בהשפעת הזיכרון בין חצייה ביחידות לחצייה בעשרות מובהק ערכנו ניתוח Linear mixed model (LMM) על זמן התגובה של שלב המיזוג (RTm). הנבדק היה גורם אקראי, והגורמים התוך-נבדקיים היו ממוצע מדדי זיכרון, מיקום חצייה (יחידות/עשרות) והאינטראקציה ביניהם. אפקט האינטראקציה היה מובהק ($F(28,2752.1) = 6.5$, $p < .001$).

המסקנה היא שהזיכרון הפעיל ממלא תפקיד גם במיזוג תוצאות הביניים לאחר חצייה ביחידות. אמנם בשלב המיזוג צריך לזכור ולתפעל שני פריטים בלבד, אך כאשר החצייה במיקום יחידות מתקבל אלגוריתם מורכב יותר (סעיף 1.2) אשר מצריך יכולת זיכרון.



תרשים 7. הקשר בין תפקודי הזיכרון הפעיל (ממוצע ציוני התקן של 3 מטלות להערכת זיכרון פעיל: ספאן ספרות לפנים ולאחור, ואחוז טעויות Recent Probes Task) לבין משך המיזוג כתלות במיקום החצייה. קיבולת הזיכרון השפיעה על משך שלב המיזוג בתרגילים עם חצייה ביחידות (קשים יותר), אבל לא בתרגילים עם חצייה בעשרות (קלים יותר).

4. דיון

מטרת המחקר הייתה לבדוק את המנגנונים הקוגניטיביים שעומדים מאחורי היכולת לבצע אלגוריתם חישובי בעל-פה, תוך בחינה של המנגנונים המעורבים בביצוע חציית עשרת במסגרת חיבור דו-ספרתי בעל-פה. המחקר העלה מגוון גורמים לקושי הטמון בחיבור תרגיל דו ספרתי הכולל חציית עשרת, והם מתוארים להלן.

4.1 אפקט חציית עשרת: קשה יותר לחבר שתי ספרות כאשר סכומן הוא 10 ומעלה

ניתוח שלבי החישוב (עשרות+עשרות, יחידות+יחידות) העלה שקשה לחבר שני מספרים חד-ספרתיים שסכומם 10 ומעלה (חציית עשרת) יותר מאשר שני מספרים שסכומם קטן מ-10 (ללא חציית עשרת). ממצא זה תואם מחקרים רבים שכבר הראו אפקט דומה של חציית עשרת (Deschuyteneer et al., 2005; Furst & Hitch, 2000; Imbo et al., 2007; Klein et al., 2010; Moeller et al., 2011). המחקרים הנ״ל בחנו את האפקט ברמת התרגיל; המחקר הנוכחי מחדש ומוסיף כי אפקט חציית עשרת קיים גם ברמת שלבי החישוב. כך למשל, נוכחות חציית עשרת בתרגיל 48+39 מהווה גורם קושי ספציפית בשלב החישוב בו חציית העשרת מופיעה, כלומר בזמן חיבור היחידות, ולא מהווה גורם קושי בזמן חיבור העשרות.

4.2 המעורבות של זיכרון פעיל בחישוב בעל פה.

שני ממצאים הצביעו על תפקידו החשוב של הזיכרון הפעיל בתהליך החישוב: איטיות בשלבי החישוב בהם יש עומס זיכרון, והרגישות של השלבים הספציפיים האלה לקיבולת הזיכרון של המשתתף הספציפי.

4.2.1 עומס זיכרון וחציית עשרת פוגעים בתהליך החישוב

הקושי שנגרם כתוצאה מחציית עשרת, שתואר בסעיף הקודם, היה משמעותי יותר בשלב הראשון של החישוב מאשר בשלב השני. ההסבר שלנו לממצא זה הוא שבשלב הראשון של החישוב נוצר מצב ייחודי בו מצטלבים

שני גורמי קושי. גורם קושי ראשון הוא **קיומה של חציית עשרת**. גורם קושי שני הוא **עומס על הזיכרון הפעיל** כתלות במספר הפריטים שצריך לזכור בכל שלב. הממצאים מצביעים על כך שהמשתתפים הצליחו להשתמש במשאבי הזיכרון שלהם באופן יעיל, ותוך כדי החישוב ״להיפטר״ ממידע שכבר אינו נחוץ. כלומר, נוצר מצב שבשלב הראשון של החישוב יש עומס גדול יותר על הזיכרון הפעיל, ללא קשר לאסטרטגיית החישוב: בשלב הראשון של החישוב צריך לזכור ולתפעל 4 פריטים, בשלב השני 3 פריטים ובשלב המיזוג שני פריטים. לדוגמה, בחישוב 48+39 מימין לשמאל, בשלב הראשון צריך לזכור 40, 8, 30, 9 ולחשב 9+8; בשלב השני צריך לזכור 40, 30, 17 ולחשב 30+40; בשלב המיזוג צריך לזכור רק 70, 17 ולחשב 17+70. כאשר שני גורמי הקושי הללו – עומס הזיכרון בשלב החישוב הראשון, וחציית עשרת בשלב זה – מצטלבים, נוצר עומס כפול ומכופל על הזיכרון, אשר פוגע בתהליך החישוב.

אפשרות מעניינת היא שגם השפעת הגורם הראשון (חציית עשרת) מתווכת למעשה ע״י עומס על זיכרון פעיל. לפי הסבר זה, אחד הגורמים לאיטיות בחיבור 2 ספרות שסכומן 10 ומעלה הוא שבמקרים רבים אנחנו לא זוכרים את תוצאת החישוב הזה (Campbell & Xue, 2001; De Smedt, 2015; LeFevre et al., 1996), ולכן נאלצים לחשב אותו ע״י ביצוע אלגוריתם שבעצמו מעמיס על הזיכרון הפעיל (Deschuyteneer et al., 2005).

4.2.2 *ניהול יעיל של הזיכרון הפעיל*

הקושי הספציפי שעולה בשלב החישוב הראשון (סעיף 3.4) מעלה אפשרות לגבי קיומו של תהליך נוסף המתרחש בזיכרון הפעיל. במהלך החישוב חל עדכון של הזיכרון הפעיל, כלומר החלפה של מידע לא רלוונטי במידע חדש (Ecker et al., 2014; Lewis-Peacock et al., 2018), ובמסגרת העדכון הזה נראה שמתבצעת הסרה סלקטיבית של מידע ״מיותר״ – האופרנדים שכבר השתמשו בהם – במטרה לצמצם את העומס על הזיכרון הפעיל (צבירן- גינת, 2022; שני 2020). לדוגמה בחישוב 48+39, לאחר שלב החישוב הראשון (8 + 9) "נזרוק" את האופרנדים 8 ו-9 ונשמור רק את הסכום שלהם (17), וגם לאחר שלב החישוב השני (30 + 40) "נזרוק" את האופרנדים ונשמור את הסכום שלהם (70). לקראת סופו של תהליך החישוב, יישארו בזיכרון הפעיל רק תוצאות הביניים (70,17), ללא אופרנדים. תהליך ההסרה הסלקטיבי הזה הוא תהליך משמעותי בזיכרון הפעיל כיוון שהוא מפנה מקום לאחסון של תוצאות הביניים, מפחית עומס על הזיכרון הפעיל ומקדם ניהול יעיל וגמיש של משאבי הזיכרון בתהליך החישוב.

ישנם גורמים נוספים שעשויים להקל על עומס הזיכרון. אחד מהם עשוי להיות שימוש בסוגי זיכרון שונים. הלולאה הפונולוגית והלוח חזותי מרחבי מעורבים בחישוב מנטלי, אך מטלת החישוב במחקר הנוכחי עודדה התבססות על מנגנונים מילוליים בלבד (הנחיות המטלה, צפייה בסרטון המייצר הסחה חזותית). יחד עם זאת, 17 משתתפים מתוך 31 דיווחו שלא הצליחו להימנע משימוש במנגנונים חזותיים ב-50% מן התרגילים ויותר. לפי הדיווח של המשתתפים, הם נבדלו זה מזה באופן הספציפי בו השתמשו בדמיון חזותי: לדמיין את האופרנדים, את תוצאות ביניים, רישום התרגיל על דף דמיוני ועוד. גם מידת השימוש באסטרטגיית דמיון היא כנראה שונה בין אנשים שונים; למשל, אנשים שבאופן ספונטני נוטים לחשב באמצעות ייצוג חזותי נוטים יותר לדמיין את המספרים המעורבים בחישוב (Seron et al., 1992). בכל מקרה, הטכניקה של דמיון ויזואלי עשויה להיות מועילה כיוון שהסתמכות על שני מנגנוני זיכרון פעיל במקום אחד עשויה להגדיל את קיבולת הזיכרון (שני, 2020). על פי המודל של זיכרון פעיל של Baddeley and Hitch (1974) המנגנון המילולי והחזותי הם בעלי

קיבולת נפרדת. שימוש באסטרטגיה אשר מגדילה את קיבולת הזיכרון עשוי לייעל את תהליך החישוב ולהפחית עומס על הזיכרון הפעיל.

4.2.3 הבדלים בין אישיים בזיכרון משפיעים כאשר יש עומס זיכרון

המשתתפים בעלי קיבולת זיכרון נמוכה חישבו את תוצאת הביניים לאט יותר ממשתתפים בעלי קיבולת זיכרון גבוהה, אך לא נמצא דפוס דומה בשלב המיזוג. גם הממצא הזה תומך בטענה שהעומס על הזיכרון הפעיל שונה בשלבי החישוב השונים, והוא גבוה יותר בזמן חישוב התוצאות הביניים מאשר בשלב המיזוג. בשלב הראשון צריך לזכור ולתפעל 4 פריטים (4 מילות אופרנד), בשלב השני 3 פריטים (2 מילות אופרנד + תוצאת ביניים), אך בשלב המיזוג צריך לזכור ולתפעל 2 פריטים בלבד (2 תוצאות הביניים). ההבדלים הבין-אישיים בתפקודי הזיכרון הפעיל משפיעים על השלבים בהם עומס הזיכרון גדול יותר – כלומר, שלבי חישוב תוצאות הביניים, ולא משפיעים על שלב המיזוג, בו עומס הזיכרון נמוך. לאור העובדה שהזיכרון הפעיל בעל קיבולת מוגבלת (Baddeley, 1992), עיבוד ואחסון המידע בזיכרון הפעיל תלויים בזמינות המשאבים הקוגניטיביים הפנויים. ככל שדרישות האחסון גדולות יותר, כך נותרים פחות משאבים קוגניטיביים פנויים (Johnstone, 1984; Niaz & Logie, 1993). במצב בו יש עומס זיכרון, משתתפים בעלי קיבולת זיכרון נמוכה יתקשו לבצע מניפולציות מנטליות על המידע המאוחסן בזיכרון הפעיל (Unsworth & Engle, 2007).

המשתתפים בעלי קיבולת זיכרון נמוכה גם מיזגו את תוצאות הביניים לאט יותר כאשר הייתה חצייה ביחידות, ללא דפוס דומה במצב בו הייתה חצייה בעשרות. סיבה אפשרית לכך נעוצה במורכבות תת אלגוריתם המיזוג. במקרה בו בשלב המיזוג יש חצייה ביחידות, נבצע תת אלגוריתם מורכב (למשל, בחישוב 48+39 נמזג 70+17). לעומת זאת, במצב בו בשלב המיזוג יש חצייה בעשרות, נבצע תת אלגוריתם פשוט יותר, בו ספרת היחידות "זולגת" למקום הפנוי (למשל, בחישוב 84+93 נמזג 170+7). הרעיון הכללי-יותר הוא שהבדלים בין אישיים בתפקודי זיכרון פעיל משפיעים על מצבים בהם צריך לבצע תת אלגוריתם מורכב, כיוון שפעולה מתמטית מורכבת יוצרות עומס זיכרון, והצלחתה תלויה בזמינות המשאבים הקוגניטיביים של הפרט. בהתאם לכך נמצא שפעולות מתמטיות מורכבות, כמו חישוב תרגילי חיסור, איטיות יותר ומצריכות משאבים קוגניטיביים יותר מאשר פעולות מתמטיות פשוטות כמו שליפה של עובדות יסוד (Ashcraft & Krause, 2007).

מחקרים קודמים הצביעו על קיומו של קשר בין זיכרון פעיל להבדלים אינדיבידואליים בחישוב (Ashcraft & Kirk, 2001; DeStefano & LeFevre, 2004; Seyler et al., 2003). ככל שקיבולת הזיכרון גדולה יותר כך הביצועים במתמטיקה טובים יותר (Peng et al., 2016). המחקר הנוכחי מחדש בכך שחקר לעומק את הקשר בין תפקודי זיכרון פעיל להבדלים אינדיבידואליים תוך התייחסות לשלבי החישוב השונים.

4.3 מורכבות אלגוריתם החישוב: קשה יותר לחשב כאשר חציית העשרת במיקום היחידות

החישוב בשלב המיזוג היה קשה יותר כאשר חציית העשרת הייתה ביחידות (למשל, בתרגיל 48+39) בהשוואה לחצייה בעשרות (למשל, בתרגיל 84+93). לא נמצא דפוס דומה בשלבי החישוב המוקדמים יותר. סיבה אפשרית לממצאים נעוצה בהבדלים בפרוצדורת החישוב כתוצאה ממיקום החצייה. כאשר החצייה ביחידות, מתקבל בשלב המיזוג תת אלגוריתם מורכב יותר, שמצריך מניפולציה חישובית נוספת. בדוגמה הנ"ל, החישוב בשלב המיזוג יהיה 70+17 כאשר החצייה ביחידות אבל 170+7 כאשר החציה בעשרות. החישוב הראשון מורכב יותר כיוון שהוא דורש שלב חישוב נוסף (7+1) לפני מיזוג היחידות והעשרות כדי להגיע לתוצאה הסופית (87). השלב החישובי הנוסף מצריך משאבים קוגניטיביים ויוצר עומס (סעיף 3.2). לעומת זאת, כשחציית העשרת

בעשרות מתקבל בשלב המיזוג תת-אלגוריתם פשוט יותר, שמצריך מיזוג של שתי תוצאות הביניים (170+7) אבל לא מצריך מניפולציה חישובית נוספת.

הבדלים ברמת הקושי של שלב חישוב ספציפי יכולים לבוא לידי ביטוי בפרוצדורות חישוב נוספות, אותן לא בחנו במחקר הנוכחי. לדוגמה, בעת חישוב תרגיל הכולל חציית עשרת במיקום העשרות כמו 74+63, מבצעים גם ביחידות וגם בעשרות תת-אלגוריתם פשוט הכולל שני מחוברים (תרשים 8ב). תוצר החצייה במיקום העשרות עובר למיקום המאות הפנוי. לעומת זאת, בעת חישוב הכולל חציית עשרת במיקום היחידות כמו 47+36, מבצעים ביחידות ובעשרות תתי-אלגוריתמים שונים (תרשים 8א): ביחידות מבצעים תת-אלגוריתם הכולל שני מחוברים פשוט (7+6), בעשרות מבצעים תת-אלגוריתם הכולל שלושה מחוברים (1+4+3). כלומר, כאשר החציה ממוקמת ביחידות, פעולת ההמרה ("מעבירים" 1 למיקום העשרוני הבא) מובילה לכך שבעמודת העשרות ייווצר אלגוריתם מורכב הכולל 3 מחוברים. לעומת זאת, כאשר החציה ממוקמת בעשרות, ה-1 עובר למקום פנוי (למיקום המאות) ולכן לא נוצר אלגוריתם מורכב עם 3 מחוברים.

ב.	א.
1	**1**
7 4	4 7
+ 6 3	+ 3 6
1 3 7	8 3

תרשים 8. תרגיל עם חציית עשרת ביחידות או בעשרות.

הסברים אלו מדגישים שאלגוריתמים שונים מציבים דרישות קוגניטיביות שונות. רעיון זה נתמך ע״י מחקרים שהראו כי ישנן פרוצדורות חישוב אשר נמסכות על מנגנונים שונים – למשל חזותיים לעומת מילוליים (De Rammelaere et al., 1999; Dehaene, 1992; Dowker, 2009; Lee & Kang, 2002; Seitz & Schumann-Hengsteler, 2002). לעתים, אפילו הבדלים מינוריים באופן הצגת התרגיל עשויים לגרום לשימוש בפרוצדורות שונות, ובעקבות זאת במנגנונים קוגניטיביים שונים. למשל, הצגה של תרגיל חיבור דו-ספרתי במאונך גורמת לשימוש בזיכרון חזותי, בעוד הצגה של תרגיל במאוזן מערבת זיכרון מילולי (Trbovich & LeFevre, 2003). הביצועים מושפעים גם ממאפייני התרגיל עצמו: סדר האופרנדים בתרגיל (חישוב 3*4 לעומת 4*3. Butterworth, 2003; Didino et al., 2014), אפקט גדול הבעיה (חישוב 3+4 לעומת 48+39. Ashcraft, 1992; DeStefano & LeFevre, 2004; Groen & Parkman, 1972; LeFevre et al., 1996; Núñez-Peña et al., 2006), נוכחות חציית עשרת בתרגיל (חישוב 48+39 לעומת 41+32. Deschuyteneer et al., 2005; Furst & Hitch, 2000; Imbo et al., 2007; Moeller et al., 2011) ואפילו מיקום חציית עשרת בתרגיל חיבור תלת ספרתי (Imbo et al., 2007). המחקר הנוכחי מחזק ומרחיב את הממצאים הנ״ל בכך שהוא מראה שהבדלים לא גדולים במאפייני התרגיל (למשל, מיקום חציית עשרת

בתרגיל חיבור דו ספרתי) יכולים להשפיע על רמת המורכבות של תת-אלגוריתם בשלב ספציפי בתרגיל (במקרה זה, בשלב המיזוג) ובעקבות זאת על רמת הקושי של אותו שלב ספציפי.

4.4 אסטרטגיית החישוב: קשה יותר לחשב מימין לשמאל

כאשר ילדים ומבוגרים מחשבים תרגילי חיבור דו ספרתיים הם משתמשים במגוון אסטרטגיות חישוב (Lemaire & Arnaud, 2008). במחקר הנוכחי המשתתפים קיבלו הנחייה לחשב באמצעות שתי אסטרטגיות ספציפיות: חישוב מימין לשמאל (קודם מחברים יחידות ואז עשרות) וחישוב משמאל לימין (קודם מחברים עשרות ואז יחידות). האסטרטגיה העיקרית בהוראת חיבור רב ספרתי בבית ספר יסודי היא חישוב מימין לשמאל (קודם יחידות, עשרות וכך הלאה), כיוון שזו האסטרטגיה בה משתמשים בחיבור במאונך בכתב, ובדרך כלל לא מלמדים בביה״ס באופן מפורש אסטרטגיות לחיבור בע״פ. על אף הפופולריות של חישוב מימין לשמאל, הממצאים כאן הצביעו על כך שקל יותר לחשב בעל פה משמאל לימין מאשר מימין לשמאל.

4.4.1 השפעת האסטרטגיה על שלב המיזוג

שלב המיזוג היה קל יותר בחישוב משמאל לימין בהשוואה לחישוב מימין לשמאל, ללא קשר למיקום החצייה. סיבה אפשרית היא הבדל בסדר המחוברים המתקבלים בשלב המיזוג. בחישוב משמאל לימין, בשלב המיזוג סדר המחוברים יהיה תוצאת ביניים גדולה + תוצאת ביניים קטנה (למשל, בחישוב התרגיל 84+93 בשלב המיזוג נחשב 170 ועוד 7). לעומת זאת, בחישוב מימין לשמאל בשלב המיזוג סדר המחוברים יהיה תוצאת ביניים קטנה + תוצאת ביניים גדולה (למשל, בחישוב התרגיל 84+93 בשלב המיזוג נחשב 7 ועוד 170). אנשים לרוב יחברו אופרנד גדול + אופרנד קטן ולא להפך (Butterworth, 2003; Butterworth et al., 2001b; Didino et al., 2014; Pinheiro-Chagas et al., 2017). בחישוב מימין לשמאל מתקבל סדר "הפוך" (7+170) ולכן על מנת למזג את תוצאות הביניים יש להפוך את סדר המחוברים, פעולה אשר גוזלת זמן ומשאבים קוגניטיביים. לעומת זאת, בחישוב משמאל לימין מתקבל ה"סדר הנכון" (170+7) ואין צורך לבצע מניפולציה נוספת על מנת למזג את תוצאות הביניים.

הסבר אפשרי נוסף לתופעה זאת (חישוב מהיר יותר בשלב המיזוג כאשר מחשבים משמאל לימין בהשוואה לחישוב מימין לשמאל), מתייחס ספציפית למצב בו חציית העשרת היא במיקום העשרות. ההסבר מדגיש את החשיבות של סדר המילים במספר. בשפה העברית מספרים נאמרים משמאל לימין (למשל, 137 > מאה שלושים ושבע). כאשר חציית עשרת במיקום עשרות ומחשבים משמאל לימין, סדר תוצאות הביניים תואם את האופן בו אומרים מספרים בעברית. לדוגמה, בחישוב 84+93 משמאל לימין, רצף תוצאות הביניים 170 ו-7 תואם את רצף המילים של התוצאה. בהתאמה לרעיון זה, בחישוב משמאל לימין היו מספר משתתפים שחרגו מהנחיות המטלה לתמלל תוצאת ביניים ראשונה, תוצאת ביניים שנייה ותוצאה סופית, ובאופן אינטואיטיבי דילגו על שלב ומיזגו מייד את תוצאת הביניים הראשונה והשנייה לכדי תוצאה סופית. לדוגמה: בחישוב 84+93 משמאל לימין, ענו ״מאה שבעים, ושבע״ במקום 170, 7, 177.

מחקרים נוספים הראו את הקשר בין מנגנונים שפתיים למטלות חישוביות. למשל, במחקר הדמיה נמצא מעורבות של מנגנונים שפתיים במהלך חיבור דו ספרתי, יותר מאשר חיסור דו ספרתי (Benn et al., 2012). עוד נמצא שהפרעה מילולית פוגעת בביצוע של תרגילי כפל (Lee & Kang, 2002). במחקר נוסף טענו כי תרומתם העיקרית של רכיבים שפתיים לחישוב הינה במצבים בהם צריך לשלוף עובדות יסוד אשר מאוחסנות בזיכרון מילולי (Dehaene et al., 2003). ההסבר העוסק בסדר המילים מדגיש כיצד השפה מעורבת בחישוב

בעל פה: חישוב בעל פה תלוי בשליפה של עובדות יסוד אבל גם ביכולת לייצג, לעבד ולהפיק את המספר באופן מילולי בהתאם לחוקי השפה.

4.4.2 השפעת האסטרטגיה על שלב החישוב השני

השלב השני של החישוב היה קל יותר בחישוב משמאל לימין בהשוואה לחישוב מימין לשמאל. סיבה אפשרית לממצא זה היא הבדלים בייצוג המבנה התחבירי של המספר המילולי במהלך החישוב (מאות - עשרות - יחידות. למשל, מאה שישים ושש). בחישוב משמאל לימין, מבנה המספר נבנה כבר בשלב הראשון של החישוב. לדוגמה בחישוב התרגיל 41+32, בשלב הראשון של חישוב העשרות מתקבל מבנה מספר תקין – מספר דו ספרתי (60), ולאחר השלב השני של החישוב אין צורך בעדכון מבנה המספר ואפשר להישאר עם מבנה של מספר דו-ספרתי (66). לעומת זאת, בחישוב מימין לשמאל, יש לעדכן את מבנה המספר בשלב השני של החישוב. לדוגמה, בחישוב התרגיל 41+32, בשלב הראשון של חישוב היחידות מתקבל מספר חד ספרתי (6). רק לאחר השלב השני מבנה המספר מתעדכן למבנה הסופי של התוצאה (66). הצורך לעדכן את מבנה המספר בשלב השני של החישוב הוא פעולה אשר גוזלת זמן ומשאבים קוגניטיביים. רעיון זה תואם מחקרים שמראים כי מקור הקושי העיקרי בקרב ילדים ומבוגרים בעיבוד מספרים סימבוליים הינו הצורך לעבד את המבנה התחבירי של המספר (Dotan & Friedmann, 2018; Dotan & Handelsman, 2022; Moura et al., 2013). המחקר הנוכחי מרחיב את הממצאים הנ"ל בכך שהוא פותח פתח לרעיון שעיבוד מבנה המספר מהווה גורם קושי מהותי לא רק בקריאת מספרים אלא גם בחישוב בעל פה.

4.5 מתודולוגיה

מחקר זה מבוסס על מטלה חישובית של פתרון תרגילי חיבור דו-ספרתיים בעל פה. המחקר הציג כמה חידושים מתודולוגיים, שעשויים לשמש גם מחקרים עתידיים.

במהלך מטלת החישוב המשתתפים צפו בסרטון של קלידוסקופ שמטרתו הייתה לייצר הסחה ויזואלית ולעודד שימוש במנגנונים מילוליים. צפייה בסרטון אמורה ליצור עומס על רכיבים חזותיים, ובכך להקשות על המשתתף לדמיין את הליך החישוב ולהשתמש בזיכרון ויזואלי. במחקר נוירופסיכולוגי נמצא שהסחה ויזואלית מסוג זה אכן גרמה לדפוסי קושי ספציפיים, שמצביעים על כך שההסחה כנראה יצרה עומס על הזיכרון הפעיל החזותי ומנעה שימוש באסטרטגיה של דמיון במהלך פתרון התרגיל (שני, 2020). מניפולציה זו מאפשרת לנו כחוקרים לבחון באופן ממוקד באיזה אופן רכיבים מילוליים בזיכרון הפעיל מעורבים בחישוב. עם זאת, הסחה ויזואלית מסוג זה לא תמיד מנטרלת הסתמכות על רכיבים חזותיים ומספר משתתפים במחקר הנוכחי דיווחו שלא הצליחו להימנע משימוש במנגנונים חזותיים. מספר משתתפים אף דיווחו כי ללא אסטרטגיית דמיון לא היו מצליחים לבצע חישוב בעל פה.

כמו מחקרים אחרים, גם כאן השתמשנו בטכניקה של תמלול תהליך החישוב ע״י המשתתפים (״פרוטוקול מילולי״). מחקרים שונים השתמשו בתמלול מלא או חלקי של תהליך החישוב. בתמלול מלא המשתתף מתבקש להגיד בקול את כל שלבי החישוב: בתרגיל 41+32, לומר למשל ״ארבעים ועוד שלושים שווה שבעים, אחד ועוד שתיים שווה שלוש, שבעים ועוד שלוש שווה שבעים ושלוש״. בתמלול חלקי, בו השתמשנו במחקר הנוכחי, המשתתף מתבקש להגיד בקול רק תוצאות החישוב: בתרגיל 41+32, לומר ״שבעים, שלוש, שבעים ושלוש״. נראה שהתמלול החלקי קל יותר באופן משמעותי, כיוון ששיעור הטעויות כאן היה נמוך יותר ממחקר שהשתמש באותם תרגילים עם טכניקה של תמלול מלא (סייג-סעדה וצבירן-גינת, 2020). יתרה מזאת, אחת מהמשתתפות

במחקר הנוכחי לקחה חלק גם במחקר של סייג-סעדה וצבירן-גינת, ונמצאו הבדלים משמעותיים בין שתי הטכניקות אצל אותה משתתפת. במטלת החישוב עם תמלול מלא היא ביצעה 32.3% טעויות, לעומת זאת במחקר הנוכחי היא ביצעה 2.08% טעויות. הבדל זה מדגיש עד כמה שינויים בהנחיות למטלה עשויים להיות בעלי השפעה מכרעת על העומס שנוצר במהלך החישוב על הזיכרון הפעיל.

באמצעות הנחיות ספציפיות לתמלול החישוב (תמלול תוצאת ביניים ראשונה, תוצאת ביניים שנייה ותוצאה סופית) הצלחנו להתחקות אחר גורמי קושי שונים בביצוע המטלה. את ניתוח המטלה במחקר ביססנו על מדידת זמנים של כל אחד משלבי החישוב. כך התייחסנו באופן ממוקד לשלבי הביניים בהליך החישוב ובדקנו באיזה אופן מאפייני התרגיל והנחיות לביצוע המטלה משפיעים על השלבים השונים. דרך ניתוח זו, שפותחה לראשונה במחקר הנוכחי, חשפה השפעה סלקטיבית של גורמים שונים (כגון: מיקום חציית עשרת, אסטרטגיית החישוב) על שלבי החישוב, וניתן להשתמש בה גם במצבים נוספים של חישוב מרובה-שלבים – למשל בכפל רב-ספרתי, בחישוב עם אופרנדים מרובים, וכו׳.

4.6 השלכות יישומיות

למחקר הנוכחי עשויות להיות השלכות לגבי הוראה וחקר מתמטיקה. מבחינה פדגוגית, המחקר מראה כי ישנה חשיבות רבה לאסטרטגיה באמצעותה פותרים תרגיל בעל פה. חישוב משמאל לימין (קודם עשרות ואז יחידות) עוזר להקטין את העומס על הזיכרון הפעיל. עם זאת, חשוב לבחור אסטרטגיה שמתאימה לתלמיד ומאפשרת ניהול יעיל של המשאבים הקוגניטיביים (למשל, לדמיין חזותית את הליך החישוב). ממצאי המחקר פותחים פתח לבחון באיזה אופן הנטייה לחשב באמצעות מנגנונים קוגניטיביים ספציפיים משפיעה על הליך חישוב בעל פה (DeStefano & LeFevre, 2004; Riding et al., 2003; Seron et al., 1992). כך לדוגמה, ייתכן ששימוש באסטרטגיות חישוב פונולוגיות יוביל לביצועים מיטביים בקרב אנשים בעלי נטייה לחשב באמצעות מנגנונים מילוליים אבל יפגע בביצוע של אנשים בעלי נטייה לחשב באמצעות מנגנונים חזותיים. בנוסף, המחקר מראה כיצד מאפייני התרגיל משפיעים על הדרישות הקוגניטיביות. כך למשל, אפילו בין תרגילים עם חציית עשרת לבין עצמם, המיקום הספציפי של חציית העשרת מהווה גורם קושי שמעמיס על הזיכרון הפעיל ועשוי לפגוע בחישוב.

4.7 סיכום

מרבית המחקרים שעסקו בחישוב בעל פה - מיומנות חשובה בחיים הבוגרים, התמקדו בחישוב פשוט (למשל, 2+3). המחקר הנוכחי עסק בחישוב מורכב בעל פה (למשל, 47+28). חישוב רב ספרתי הינו תהליך מורכב ורמת הקושי שלו עשויה לנבוע ממקורות שונים. מקורות הקושי משתנים כתלות בשלב החישוב ודרישותיו. קיימים מגוון גורמים לקושי הטמון בחיבור תרגיל דו ספרתי: חציית עשרת ומיקומה, מספר הפריטים שצריך לתפעל בכל אחד משלבי החישוב, אסטרטגיית חישוב, סדר האופרנדים ומילות המספר בעת מיזוג תוצאות הביניים, עדכון מבנה המספר בחישוב תוצאת ביניים שנייה.

במחקר הנוכחי התמקדנו כיצד עומס זיכרון וחציית עשרת פוגעים בתהליך החישוב; כיצד מיקום חציית עשרת מובילה לאלגוריתם חישובי מורכב. את שאר הגורמים יש להמשיך ולחקור. לשם כך, נדרשות מטלות חישוב מדויקות אשר בוחנות את המנגנונים הקוגניטיביים שעומדים מאחורי היכולת לבצע חישוב מורכב, תוך בחינה של שלבי החישוב השונים. המשך בחינה של גורמי הקושי בחישוב בעל פה תאפשר להתאים בין היכולות של הפרט לבין מאפייני התרגיל ותקדם הצלחה בפעולות מתמטיות מורכבות, לא רק ברמת התרגיל הגלובלי אלא גם ברמת שלבי החישוב.

5. ביבליוגרפיה

כהנא י', ניר ש' (2021). *על איזה ייצוג קוגניטיבי – חזותי או מילולי – נסמכות אסטרטגיות שונות של חיבור דו ספרתי?* עבודה סמינריונית במסגרת תואר שני ללקויות למידה. אוניברסיטת תל אביב.

משרד החינוך, האגף לתכנון ולפיתוח תוכניות לימודים. (2006). *תכנית לימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים*. ירושלים: מעלות.

מרק-זגדון. (2011). דיסקלקוליה התפתחותית : הגדרה , מאפיינים , והשלכות דידקטיות. מספר חזק 2000, 19, 10–14.

צבירן-גינת ש' (2022). *איך טעויות חישוב קשורות לזיכרון הפעיל?* עבודת גמר לקבלת תואר מוסמך אוניברסיטה M.A. אוניברסיטת תל אביב.

סייג- סעדה ש', צבירן-גינת ש' (2020). *מנגנונים קוגניטיביים, מאפייני התרגיל ואסטרטגיית הפתרון בעת חישוב בעל פה.* עבודה סמינריונית במסגרת תואר שני ללקויות למידה. אוניברסיטת תל אביב.

שני ש' (2020). *איך אנחנו מבצעים פרוצדורות חישוביות ולמה לחלקנו זה קשה?* עבודת גמר לקבלת תואר מוסמך אוניברסיטה M.A. אוניברסיטת תל אביב.

Archambeau, K., & Gevers, W. (2018). *(How) Are Executive Functions Actually Related to Arithmetic Abilities? 16*, 337–358.

Ardila, A., & Rosselli, M. (2003). Acalculia and Dyscalculia. *Neuropsychology Review*, *12*, 179–231. https://doi.org/10.1023/A:1021343508573

Ashcraft, M. H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, *44*(1–2), 75–106. https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90051-I

Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, *130*(2), 224–237. https://doi.org/10.1037/0096-3445.130.2.224

Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety [Article]. *Psychonomic Bulletin & Review*, *14*(2), 243–248. https://doi.org/10.3758/BF03194059

Baddeley, A. (1992). Working Memory. *Science*, *255*(ii), 556–559.

Baddeley, A. (1996). Exploring the Central Executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A: Human Experimental Psychology*, *49*(1), 5–28. https://doi.org/10.1080/713755608

Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 8, pp. 47–89). Elsevier.

Bakun Emesh, T., Garbi, D., Kaplan, A., Zelicha, H., Yaskolka Meir, A., Tsaban, G., Rinott, E., & Meiran, N. (2021). Retest Reliability of Integrated Speed–Accuracy Measures. *Assessment*. https://doi.org/10.1177/1073191120985609

Benn, Y., Zheng, Y., Wilkinson, I. D., Siegal, M., & Varley, R. (2012). Language in calculation: A core mechanism? *Neuropsychologia*, *50*(1), 1–10. https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2011.09.045

Butterworth, B. (2003). Basic multiplication combinations: Passive storage or dynamic reorganization? In *The development of arithmetic concepts and skills : Vol. The develo* (pp. 189–202).

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines*, *46*(1), 3–18. https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x

Butterworth, B., Zorzi, M., Girelli, L., & Jonckheere, A. R. (2001a). Storage and retrieval of addition facts: The role of number comparison. *Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A: Human Experimental Psychology*, *54*(4), 1005–1029. https://doi.org/10.1080/713756007

Butterworth, B., Zorzi, M., Girelli, L., & Jonckheere, A. R. (2001b). Storage and retrieval of addition facts: The role of number comparison. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology A*, *54*(4), 1005–1029. https://doi.org/10.1080/02724980143000064

Campbell, J. I. D., & Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General*, *130*(2), 299–315. https://doi.org/10.1037/0096-3445.130.2.299

Cappelletti, M., Kopelman, M. D., Morton, J., & Butterworth, B. (2005). Dissociations in numerical abilities revealed by progressive cognitive decline in a patient with semantic dementia. *Cognitive Neuropsychology*, *22*(7), 771–793. https://doi.org/10.1080/02643290442000293

De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (1999). The contribution of working memory resources in the verification of simple mental arithmetic sums. *Psychological Research*, *62*(1), 72–77. https://doi.org/10.1007/s004260050041

De Smedt, B. (2015). Individual Differences in Arithmetic Fact Retrieval [Bookitem]. In *Development of Mathematical Cognition: Neural Substrates and Genetic Influences: Volume 2* (Vol. 2, pp. 219–243). https://doi.org/10.1016/B978-0-12-801871-2.00009-5

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*(1–2), 1–42.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, *20*(3–6), 487–506. https://doi.org/10.1080/02643290244000239

Delazer, M., & Benke, T. (1997). Arithmetic facts without meaning. *Cortex*, *33*(4), 697–710. https://doi.org/10.1016/S0010-9452(08)70727-5

Deschuyteneer, M., De Rammelaere, S., & Fias, W. (2005). The addition of two-digit numbers: exploring carry versus no-carry problems. *Psychology Science*, *47*(1), 74–83. http://www.researchgate.net/publication/228513018_The_addition_of_two-digit_numbers_exploring_carry_versus_no-carry_problems/file/9fcfd505b4ea8c7ce5.pdf

DeStefano, D., & LeFevre, J. A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, *16*(3), 353–386. https://doi.org/10.1080/09541440244000328

Didino, D., Lombardi, L., & Vespignani, F. (2014). Operand-order effect in multiplication and addition: The long-term effects of reorganization process and acquisition sequence. *Experimental Psychology*, *61*(6), 470–479. https://doi.org/10.1027/1618-3169/a000264

Domahs, F., & Delazer, M. (2005). Some Assumptions and Facts about Arithmetic Facts. *Psychological Test and Assessment Modeling*, *47*(1), 96.

Dotan, D., & Friedmann, N. (2018). A cognitive model for multidigit number reading: Inferences from individuals with selective impairments. *Cortex*, *101*, 249–281. https://doi.org/10.1016/j.cortex.2017.10.025

Dotan, D., & Handelsman, N. (2022). *Reading numbers is hard , and the difficulty is a syntactic one : A descriptive analysis of number-reading patterns in readers with and without dysnumeria* □. 1–13.

Dowker, A. (2009). *Individual Differences in Arithmetic: abilities: Implications for Psychology, Neuroscience and Education .*

Ecker, U. K. H., Lewandowsky, S., & Oberauer, K. (2014). Removal of information from working memory: A specific updating process. *Journal of Memory and Language*, *74*, 77–90. https://doi.org/10.1016/j.jml.2013.09.003

Furst, A. J., & Hitch, G. J. (2000). Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory and Cognition*, *28*(5), 774–782. https://doi.org/10.3758/BF03198412

Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, *77*(3), 236–263. https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2561

Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. *The Handbook of Mathematical Cognition*, 253–267. https://doi.org/10.4324/9780203998045-24

Girelli, L., & Delazer, M. (1996). Subtraction Bugs in an Acalculic Patient. *Cortex*, *32*(3), 547–555. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0010-9452(96)80011-6

Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, *79*(4), 329–343. https://doi.org/10.1037/h0032950

Gvion, A., & Friedmann, N. (2002). FriGvi: Friedmann Gvion battery for assessment of phonological Working Memory. In *Tel Aviv University*.

Gvion, A., & Friedmann, N. (2008). FriGvi: Friedmann Gvion battery for assessment of phonological Working Memory. *Language and Brain*, *7*, 161–180.

Hawes, Z., Moss, J., Caswell, B., Seo, J., & Ansari, D. (2019). Relations between numerical, spatial, and executive function skills and mathematics achievement: A latent-variable approach. *Cognitive Psychology*, *109*(December), 68–90. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2018.12.002

Hoaglin, D. C., & Iglewicz, B. (1987). Fine-Tuning Some Resistant Rules for Outlier Labeling [Article]. *Journal of the American Statistical Association*, *82*(400), 1147–1149. https://doi.org/10.1080/01621459.1987.10478551

Hopkins, S., & Egeberg, H. (2009). Retrieval of Simple Addition Facts. *Journal of Learning Disabilities*, *42*(3), 215–229. https://doi.org/10.1177/0022219408331041

Hubber, P. J., Gilmore, C., & Cragg, L. (2014). The roles of the central executive and visuospatial storage in mental arithmetic: A comparison across strategies. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *67*(5), 936–954. https://doi.org/10.1080/17470218.2013.838590

Imbo, I., Vandierendonck, A., & De Rammelaere, S. (2007). The role of working memory in the carry operation of mental arithmetic: Number and value of the carry. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *60*(5), 708–731. https://doi.org/10.1080/17470210600762447

Johnstone, A. H. (1984). New stars for the teacher to steer by? *Journal of Chemical Education*, *61*(10), 847–849. https://doi.org/10.1021/ed061p847

Klein, E., Moeller, K., Dressel, K., Domahs, F., Wood, G., Willmes, K., & Nuerk, H. C. (2010). To carry or not to carry - Is this the question? Disentangling the carry effect in multi-digit addition. *Acta Psychologica*, *135*(1), 67–76. https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2010.06.002

Lee, K. M., & Kang, S. Y. (2002). Arithmetic operation and working memory: Differential suppression in dual tasks. *Cognition*, *83*(3), 63–68. https://doi.org/10.1016/S0010-0277(02)00010-0

LeFevre, J. A., Sadesky, G. S., & Bisanz, J. (1996). Selection of procedures in mental addition: Reassessing the problem size effect in adults. *Journal of Experimental Psychology: Learning Memory and Cognition*, *22*(1), 216–230. https://doi.org/10.1037/0278-7393.22.1.216

Lemaire, P., & Arnaud, L. (2008). Young and older adults’ strategies in complex arithmetic [Article]. *American Journal of Psychology*, *121*(1), 1–16. https://doi.org/10.2307/20445440

Lewis-Peacock, J. A., Kessler, Y., & Oberauer, K. (2018). The removal of information from working memory. *Annals of the New York Academy of Sciences*, *1424*(1), 33–44. https://doi.org/10.1111/nyas.13714

Lucchelli, F., & De Renzi, E. (1993). Primary dyscalculia after a medial frontal lesion of the left hemisphere. *Journal of Neurology, Neurosurgery & Psychiatry*, *56*(3), 304–307.

Miyake, A., & Friedman, N. P. (2012). The nature and organization of individual differences in executive functions: Four general conclusions. *Current Directions in Psychological Science*, *21*(1), 8–14. https://doi.org/10.1177/0963721411429458

Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager, T. D. (2000). The Unity and Diversity of Executive Functions and Their Contributions to Complex “Frontal Lobe” Tasks: A Latent Variable Analysis. *Cognitive Psychology*, *41*(1), 49–100. https://doi.org/10.1006/cogp.1999.0734

Moeller, K., Klein, E., & Nuerk, H.-C. (2011). (No) Small adults: Children’s processing of carry addition problems [Article]. *Developmental Neuropsychology*, *36*(6), 702–720. https://doi.org/10.1080/87565641.2010.549880

Moura, R., Wood, G., Pinheiro-Chagas, P., Lonnemann, J., Krinzinger, H., Willmes, K., & Haase, V. G. (2013). Transcoding abilities in typical and atypical mathematics achievers: The role of working memory and procedural and lexical competencies. *Journal of Experimental Child Psychology*, *116*(3), 707–727. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.07.008

Niaz, M., & Logie, R. H. (1993). Working Memory, Mental Capacity and Science Education: towards an understanding of the “working memory overload hypothesis” [Article]. *Oxford Review of Education*, *19*(4), 511–525. https://doi.org/10.1080/0305498930190407

Núñez-Peña, M. I., Cortiñas, M., & Escera, C. (2006). Problem size effect and processing strategies in mental arithmetic. *NeuroReport*, *17*(4), 357–360. https://doi.org/10.1097/01.wnr.0000203622.24953.c2

Parsons, S., & Bynner, J. (2006). Does numeracy matter more? national research and development centre for adult literacy and numeracy. *Institute of Education*. www.ioe.ac.uk/bedfordgroup

Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A Meta-Analysis of Mathematics and Working Memory: Moderating Effects of Working Memory Domain, Type of Mathematics Skill, and Sample Characteristics. *Journal of Educational Psychology*, *108*(4), 455–473. https://doi.org/10.1037/edu0000079

Pinheiro-Chagas, P., Dotan, D., Piazza, M., & Dehaene, S. (2017). Finger Tracking Reveals the Covert Stages of Mental Arithmetic. *Open Mind*, *1*(1), 30–41. https://doi.org/10.1162/opmi_a_00003

Riding, R. J., Grimley, M., Dahraei, H., & Banner, G. (2003). Cognitive style, working memory and learning behaviour and attainment in school subjects. *British Journal of Educational Psychology*, *73*(2), 149–169. https://doi.org/10.1348/00070990360626912

Ritchie, S. J., & Bates, T. C. (2013). Enduring Links From Childhood Mathematics and Reading Achievement to Adult Socioeconomic Status. *Psychological Science*, *24*(7), 1301–1308. https://doi.org/10.1177/0956797612466268

Seitz, K., & Schumann-Hengsteler, R. (2002). Phonological Loop and Central Executive Processes in Mental Addition and Multiplication. *Psychologische Beiträge*, *44*(2), 275.

Semenza, C., Miceli, L., & Girelli, L. (1997). A deficit for arithmetical procedures: Lack of knowledge or lack of monitoring? *Cortex*, *33*(3), 483–498. https://doi.org/10.1016/S0010-9452(08)70231-4

Seron, X., Pesenti, M., Noël, M. P., Deloche, G., & Cornet, J. A. (1992). Images of numbers, or "when 98 is upper left and 6 sky blue." *Cognition*, *44*(1–2), 159–196. https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90053-K

Seyler, D. J., Kirk, E. P., & Ashcraft, M. H. (2003). Elementary Subtraction. *Journal of Experimental Psychology: Learning Memory and Cognition*, *29*(6), 1339–1352. https://doi.org/10.1037/0278-7393.29.6.1339

Shalev, R. S., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatric Neurology*, *24*(5), 337–342. https://doi.org/10.1016/S0887-8994(00)00258-7

Temple, C. M. (1991). Procedural Dyscalculia and Number Fact Dyscalculia: Double Dissociation in Developmental Dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology*, *8*(2), 155–176. https://doi.org/10.1080/02643299108253370

Trbovich, P. L., & LeFevre, J.-A. (2003). Phonological and visual working memory in mental addition. *Memory & Cognition*, *31*(5), 738–745. https://doi.org/10.3758/BF03196112

Unsworth, N., & Engle, R. W. (2007). The nature of individual differences in working memory capacity: Active maintenance in primary memory and controlled search from secondary memory. *Psychological Review*, *114*(1), 104–132. https://doi.org/10.1037/0033-295X.114.1.104

6. נספחים

6.1 נספח 1– מטלת סינון, מבדק חישוב פשוט.

מספר	מחובר 1	מחובר 2	תוצאה
1	6	5	11
2	3	2	5
3	6	4	10
4	8	5	13
5	4	2	6
6	8	3	11
7	7	6	13
8	4	3	7
9	9	7	16
10	5	2	7
11	8	4	12
12	6	3	9
13	9	8	17
14	5	4	9
15	8	2	10
16	7	5	12
17	9	4	13
18	8	6	14
19	7	4	11
20	9	5	14
21	8	7	15
22	6	2	8
23	9	3	12
24	7	2	9
25	9	6	15
26	5	3	8
27	9	2	11
28	7	3	10

6.2 נספח 2 – מטלת חיבור דו ספרתי

מספר	מחובר 1	מחובר 2	תוצאה
1	92	83	175
2	59	37	96
3	82	54	136
4	56	73	129
5	49	28	77
6	76	83	159
7	39	46	85
8	53	76	129
9	28	56	84
10	63	94	157
11	96	52	148
12	84	92	176
13	29	54	83
14	57	39	96
15	48	29	77
16	95	73	168
17	25	48	73
18	73	92	165
19	24	59	83
20	84	72	156
21	37	29	66
22	72	93	165
23	96	42	138
24	26	38	64

מספר	מחובר 1	מחובר 2	תוצאה
25	93	64	157
26	47	28	75
27	43	86	129
28	29	38	67
29	62	85	147
30	82	94	176
31	36	28	64
32	64	29	93
33	65	82	147
34	36	49	85
35	92	45	137
36	46	83	129
37	27	48	75
38	29	65	94
39	28	45	73
40	92	46	138
41	62	83	145
42	93	75	168
43	69	25	94
44	82	93	175
45	39	27	66
46	58	26	84
47	69	24	93
48	28	39	67

6.3 נספח 3 – מטלת חיבור דו ספרתי: מספר צעדים נכונים וממוצע זמן חישוב.

משתתף	תרגילים נכונים	M זמן תגובה למשתתף
1	84	6.51
2	57	11.14
3	87	8.88
4	93	9.88
5	91	7.94
6	93	6.08
7	95	9.62
8	95	7.04
9	96	7.60
10	92	8.47
11	80	8.88
12	96	7.71
13	95	7.57
14	90	9.13
15	95	8.70
16	90	10.09
17	96	7.94
18	90	6.07
19	90	7.87
20	82	12.26
21	96	5.93
22	79	8.82
23	93	6.37
24	94	7.63
25	74	10.36
26	93	6.93
27	94	8.91
28	91	5.99
29	89	7.25
30	96	6.43
31	96	5.62

6.4 נספח 4 – מטלות שלא נכנסו למחקר

במחקר הועברו מספר מטלות נוספות שלא נכנסו לעבודה הסופית. להלן פירוט אודות המטלות, מדוע לא נכנסו לעבודה ומה ההיבטים המתודולוגיים שיש להיעזר בהם על מנת לשפר אותן.

6.4.1 מטלות להערכת הנטייה לחשב באמצעות מנגנונים חזותיים או מילוליים

התפיסה הרווחת היא שפעולות בסיסיות במתמטיקה הינן אוניברסליות. עם זאת, קיימים הבדלים בין אישיים במתמטיקה בקרב אנשים ללא לקות במתמטיקה. במחקר נמצא קשר בין זיכרון פעיל לבין הבדלים אינדיבידואליים בחישוב רב ספרתי בעל פה (כהנא וניר, 2021). הסבר אפשרי לממצאים נעוץ בשתי השערות/הנחות:

1. קיימת נטייה כללית לבצע עיבוד קוגניטיבי מסוג מסוים, מילולי או חזותי, המבטאת העדפה/הרגל של אדם לייצג ולעבד מידע באופן הספציפי הזה. ייתכן ונטייתו הכללית של הפרט משליכה על האופן בו הוא מבצע פעולות חישוב. כך לדוגמה, אנשים שנוטים לבצע עיבוד חזותי עשויים לדמיין את המספרים המעורבים בחישוב (Seron et al., 1992). העיבוד יכול לנבוע מהרגלים שהתבססו לאורך השנים, או מהבדלים ביכולות קוגניטיביות שונות.
2. אסטרטגיות חישוב שונות מערבות רכיבים שונים בזיכרון הפעיל (Hubber et al., 2014; Trbovich & LeFevre, 2003). אם בתהליך חישוב בעל פה מימין לשמאל מדמיינים את פרוצדורת החישוב בכתב (בתהליך החישוב במאונך מחברים קודם יחידות ואז מחברים עשרות), אז היכולת לחשב בעל פה מימין לשמאל מערבת את הלוח חזותי-מרחבי. בתהליך החישוב בעל פה משמאל לימין לא מדמיינים את פרוצדורת החישוב בכתב, ולכן החישוב מערב את הלולאה הפונולוגית.

על בסיס הנחות/השערות אלו, במחקר הנוכחי בחנו את הקשר בין חישוב באמצעות אסטרטגיה ספציפית, לבין אסטרטגיה מועדפת של הפרט לעיבוד חזותי/מילולי של תהליך החישוב. השתמשנו ב-3 מטלות: חיבור באסטרטגיה חופשית, שאלון עיבוד קוגניטיבי, והסחה והערכה ויזואלית. להלן נפרט על המטלות.

6.4.1.1 שיטה

חיבור באסטרטגיה חופשית. מטלה זו בודקת מהי אסטרטגיית החישוב המועדפת על המשתתף. המטלה מורכבת מ-20 תרגילי חיבור דו ספרתיים (טבלה 1). מתוכם, 10 כוללים חציית עשרת במיקום היחידות ו-10 כוללים חציית עשרת במיקום העשרות. התרגילים הורכבו מהספרות 2-9 (ללא 1,0). בכל צעד במטלה המשתתפים שמעו תרגיל חיבור וענו בעל פה. נאסר להשתמש באמצעי עזר: לכתוב את התרגיל או התשובה, לדמיין את דרך הפתרון או לסמן עם אצבעות הידיים. המשתתף קיבל הנחייה לתמלל את כל שלבי החישוב והורשה לחשב באמצעות כל אסטרטגיית חישוב שבחר.

מס'	מחובר 1	מחובר 2	תוצאה
1	25	48	73
2	56	92	148
3	86	73	159
4	39	46	85
5	82	57	139
6	48	27	75
7	28	45	73
8	72	93	165
9	58	26	84
10	65	82	147

מס'	מחובר 1	מחובר 2	תוצאה
11	95	73	168
12	37	29	66
13	57	39	96
14	63	94	157
15	82	93	175
16	59	37	96
17	29	54	83
18	96	42	138
19	36	28	64
20	62	83	145

טבלה 1. רשימת תרגילים של מטלת חיבור דו ספרתי באמצעות אסטרטגיה חופשית

אסטרטגיות החישוב בכל תרגיל קודדו לארבע קטגוריות שונות: חישוב מימין לשמאל ←, חישוב משמאל לימין →, עיגול (מעלה/מטה) – round, או אחר - other. משתתף זוהה כבעל ההעדפה לחשב באמצעות אחת מבין ארבעת האסטרטגיות אם השתמש בה ביותר ממחצית מהמקרים (טבלה 3).80% מהמשתתפים חישבו באמצעות אותה אסטרטגיה ב-90% ויותר מן המקרים.

שאלון עיבוד קוגניטיבי - מטרת השאלון היא להעריך האם המשתתף מעיד על נטייה לבצע עיבוד קוגניטיבי חזותי או מילולי, מתוך מחשבה שנטייה כזאת – אם קיימת – עשויה להיות קשורה להעדפה להשתמש במנגנונים מילוליים או חזותיים גם בחישוב. השאלון מכיל 10 פריטים (טבלה 2) המבטאים את הנטייה של המשתתף לערב מנגנונים חזותיים או מילוליים במהלך ביצוע פעולות שונות (פתרון בעיה, קריאת סיפור, יכולת ביטוי ועוד). המשתתף התבקש לדרג את הסכמתו עם הפריטים השונים באמצעות סולם ליקרט בין 1 ל-5 (1- לא מתאר כלל, 5- מתאר במידה רבה). בשאלון יש 2 סוגי פריטים: 6 פריטים המעריכים נטייה לבצע עיבוד חזותי - V (מתוכם פריט 1 הפוך), 4 פריטים המעריכים נטייה לבצע עיבוד מילולי - P (מתוכם 2 פריטים הפוכים). הציון הסופי של כל אחד משני סוגי הפריטים הוא סכום הדירוגים והמרת הסכום לאחוזים.

			1	2	3	4	5
1	V	אני אף פעם לא משתמש בדימוי מנטלי או תמונות, כאשר אני פותר בעיה או תרגיל.					
2	V	כאשר אני קורא סיפור אני נוטה לדמיין את ההתרחשות או החדר שמתואר.					
3	P	יש לי קושי לבטא את עצמי במילים.					
4	V	כאשר אני מבצע חישוב בעל פה, למשל חיבור, אני נוטה לדמיין את המספרים או דרך החישוב.					
5	P	אני יכול לבטא מילולית את המחשבות שלי בצורה ברורה.					
6	V	כאשר אני שומע מישהו מתאר אירוע שחווה, אני יכול בקלות לדמיין את הסיטואציה.					
7	V	קל לי יותר לבצע תרגיל חיבור בעל פה כאשר אני מדמיין את המספרים כתובים על לוח/דף.					
8	P	מאוד קשה לי לבטא את עצמי בכתב ובמילים.					
9	P	אני זוכר יותר טוב דברים שקראתי לעומת דברים שראיתי.					
10	V	ממש לפני שאני נרדם אני מדמיין אירועים שקרו לי במהלך היום.					

טבלה 2. שאלון עיבוד קוגניטיבי

הסחה והערכה ויזואלית. במהלך מטלת חיבור דו ספרתי (סעיף 2.3.1) המשתתפים צפו בסרטון של קלידוסקופ. מטרתו של הסרטון לייצר הסחה ויזואלית, ועל ידי כך לכוון את תהליך החישוב למנגנונים מילוליים. כמו כן, בשני בלוקים נפרדים, המשתתף קיבל הנחייה לפתור את התרגילים באמצעות אסטרטגיית חישוב ספציפית – משמאל לימין (קודם עשרות ואז יחידות) או מימין לשמאל (קודם יחידות ואז עשרות). במסגרת כל בלוק המשתתף ביצע הערכה באחוזים: באיזו מידה דמיין את הליך החישוב של מקבץ התרגילים האחרון? (10-12 תרגילים בכל מקבץ). מטרתה של ההערכה הסובייקטיבית הייתה לבחון את יעילות סרטון הקלידוסקופ ולהעריך את נטייתו של המשתתף לבצע חישוב בעל פה בעזרת מנגנונים ויזואליים. הציון הסופי הינו ממוצע הערכות לכל בלוק.

6.4.1.2 *ניבוי*

אם אכן קיימת נטייה להסתמך על עיבוד קוגניטיבי ספציפי בתהליך החישוב נצפה לזהות – עבור כל אחד מהמשתתפים או לפחות חלקם – דפוס התנהגות משותף לכל המטלות הנ״ל. כלומר, ציפינו על בסיס הנתונים לחלק את המשתתפים לשתי קבוצות מובחנות: מעדיפים לחשב מימין לשמאל בעלי נטייה לעיבוד חזותי, מעדיפים לחשב משמאל לימין בעלי נטייה לעיבוד מילולי. כמו כן, ציפינו למצוא קשר בין העיבוד הקוגניטיבי הדומיננטי לבין הנטייה לדמיין את הליך החישוב במטלת חיבור דו ספרתי.

משתתף	חיבור באסטרטגיה חופשית		שאלון עיבוד קוגניטיבי		הסחה והערכה ויזואלית	
	אסטרטגיה מועדפת	אחוז	עיבוד חזותי	עיבוד מילולי	חישוב מימין	חישוב משמאל
1	Other		80%	50%	2%	0%
2	→	100%	50%	45%	63%	56%
3	other		83%	45%	17%	0%
4	other		63%	45%	0%	0%
5	→	100%	77%	50%	0%	0%
6	→	95%	60%	60%	0%	13%
7	עיגול	100%	70%	45%	0%	0%
8	→	100%	67%	50%	0%	0%
9	עיגול	100%	70%	55%	10%	20%
10	other		80%	45%	4%	23%
11	←	100%	73%	50%	99%	94%
12	←	100%	33%	60%	5%	13%
13	עיגול	100%	70%	60%	30%	29%
14	←	100%	80%	55%	53%	75%
15	←	100%	80%	70%	0%	0%
16	other		53%	55%	100%	73%
17	→	100%	70%	45%	10%	1%
18	←	100%	67%	55%	16%	13%
19	other		80%	50%	4%	0%
20	←	90%	90%	60%	34%	18%
21	→	100%	73%	45%	7%	11%
22	→	100%	53%	50%	0%	0%
23	←	95%	-	-	0%	3%
24	→	100%	70%	55%	75%	19%
25	→	100%	70%	45%	8%	18%
26	→	100%	63%	45%	95%	100%
27	→	95%	83%	40%	95%	95%
28	עיגול	100%	67%	45%	0%	0%
29	←	100%	67%	60%	81%	73%
30	→	100%	63%	50%	100%	100%
31	←	100%	67%	55%	0%	0%

טבלה 3. מיפוי המשתתפים לאסטרטגיה מועדפת (חישוב מימין לשמאל ←, חישוב משמאל לימין →, עיגול (מעלה/מטה), או אחר - other), ציון שאלון עיבוד קוגניטיבי באחוזים, ממוצע הערכה סובייקטיבית של המידה בה כל משתתף דמיין באופן ויזואלי את הליך החישוב. התאים המסומנים באפור משקפים נטייה לבצע עיבוד מילולי או חזותי (80% מהמקרים ומעלה).

6.4.1.3 *תוצאות ודיון*

על בסיס מטלת חישוב באמצעות אסטרטגיה חופשית המשתתפים חולקו לקבוצות (12 מעדיפים לחשב משמאל לימין →, 8 מעדיפים לחשב מימין לשמאל ←, 11 משתתפים מעדיפים להשתמש באסטרטגיות אחרות). אך שאלון העיבוד לא הצליח לזהות דפוס ייחודי אשר מבדיל בין הקבוצות (מעדיפים לחשב משמאל/מעדיפים לחשב מימין). 18 משתתפים העידו בשאלון שהם בעלי נטייה לעיבוד מילולי, משתתף אחד העיד שהוא בעל נטייה

לעיבוד חזותי, ומשתתף אחד העיד כי הוא נוטה לבצע עיבוד מילולי וחזותי במסגרת פעילות יומיומית. מתוך 12 משתתפים שמעדיפים לחשב משמאל לימין 0 משתתפים אמרו שנוטים לבצע עיבוד מילולי בפעולות יומיומיות; מתוך 8 שמעדיפים לחשב מימין לשמאל 3 משתתפים אמרו שנוטים לבצע עיבוד חזותי בפעולות יומיומיות. בנוסף, מתוך 8 שמעדיפים לחשב מימין לשמאל רק 2 משתתפים אמרו שדמיינו את תהליך החישוב ביותר מ-80% מהמקרים. בשונה מהצפוי לא נמצאה התאמה בין 3 שלושת המטלות. כלומר, המטלות לא השיגו את מטרתן ועל סמך התוצאות לא ניתן להסיק על הקשר בין אסטרטגיה מועדפת, דומיננטיות של עיבוד קוגניטיבי ספציפי וביצוע במטלת חיבור דו ספרתי.

מדוע? ייתכן שהנחת המוצא כי קיימת נטייה כללית לעיבוד קוגניטיבי אשר משליכה על תהליך החישוב שגויה. עם זאת, הממצאים עשויים לשקף בעיות נוספות. ייתכן שהפריטים בשאלון לא משקפים נאמנה נטייה לעיבוד קוגניטיבי מסוים. אפשרות נוספת היא שהשאלון אינו כלי יעיל על מנת להבחין בין נטייה להשתמש בעיבוד כזה או אחר במסגרת פעילויות יומיומיות. בחינה של הנושאים הנ"ל לא הייתה במרכז המחקר ועל כן לא המשכנו בניתוח הממצאים.

בנוסף, בניגוד למצופה, נראה שסרטון הקלידוסקופ לא הצליח לייצר הסחה ויזואלית בקרב כלל המשתתפים. מספר משתתפים (טבלה 3) דיווחו כי ב- 90% ויותר מן התרגילים הם מדמיינים את הליך החישוב (רואים את האופרנדים, רואים את התרגיל כתוב, מדמיינים שכותבים את התרגיל במאונך ועוד). כלומר, נראה שמשתתפים אלה המשיכו להישען על מנגנונים ויזואליים, על אף הסרטון והפצרות לא לדמיין את התרגיל. מספר משתתפים גם דיווחו שהסרטון מסיח את דעתם מהחישוב, אך לא מפריע להם לדמיין. ייתכן שהסרטון מייצר עומס קשבי, אך לא מהווה כלי יעיל על מנת ליצור הסחת דעת ויזואלית. בנוסף, לא נמצא קשר בין נטייה לעיבוד קוגניטיבי מסוים לבין לדמיין את הליך החישוב. כלומר משתתפים שהעריכו כי מדמיינים 90% ויותר מן התרגילים, לא בהכרח העידו על עצמם כבעלי נטייה לעיבוד חזותי.

למרות שהמטלות לא השיגו את מטרתן כדאי לבחון לעומק את הקשר בין זיכרון עבודה להבדלים אינדיבידואליים בחישוב רב ספרתי בעל פה באמצעות אסטרטגיות ספציפיות. ייתכן ששימוש במטלה משנית אשר יוצרת עומס קוגניטיבי על מנגנון מילולי או ויזואלי, תאפשר הבחנה מדויקות יותר בין נטייה של משתתפים לעבד את תהליך החישוב באופן חזותי או מילולי.

6.4.2 מטלות להערכת כישורים ניהוליים

קיימים מנגנונים קוגניטיביים שונים האחראים על מעבר בין פעולות קוגניטיביות. אחת הגישות המקובלות עוסקת בכישורים ניהוליים - שלושה מנגנוני וויסות כלליים אשר שולטים בפעילות קוגניטיבית: עיכוב תגובה, עדכון מידע בזיכרון עבודה, וגמישות קוגניטיבית (Miyake et al., 2000; Miyake & Friedman, 2012). עיכוב, עדכון וגמישות קוגניטיבית עשויים להיות מעורבים בפעולות מתמטיות. כאשר מחשבים בעל פה תרגיל חיבור דו ספרתי יש צורך לעדכן בזיכרון תוצאות ביניים ותוצאה סופית, לעכב פתרונות שגויים אך מתחרים ולעבור בין תת אלגוריתמים שונים. על כן במחקר הנוכחי בחנו את הקשר בין הביצוע במטלת חיבור דו ספרתי (סעיף 2.3.1) לבין כישורים ניהוליים.

6.4.2.1 שיטה
הסוללה Brief Executive Functions (BEF) battery פותחה על מנת להעריך כישורים ניהוליים והיא כוללת מספר מבדקים אשר בוחנים גמישות קוגניטיבית, עיכוב תגובה, קבלת החלטות תחת עומס זיכרון (Bakun Emesh et al., 2021):

Choice Reaction Time (CRT) - המטלה פותחה על מנת להעריך קבלת החלטות תחת עומס זיכרון והיא מחלוקת לשני חלקים. חלק ראשון כולל 72 צעדים (ועוד 6 צעדי אימון) להערכת היכולת לקבל החלטה במצב של עומס זיכרון עבודה גבוה. בכל צעד הוצגה על גבי מסך נקודת פיקסציה למשך זמן קצר, ואחריה הוצג פריט מטרה אחד למשך 6 שניות. היו 3 סוגים של פריטים (אות, ספרה, צורה), בכל סוג היו 6 פריטים אפשריים. המשתתף התבקש ללחוץ על אחד משישה מקשים במקלדת בהתאמה לפריט שהוצג. החלק השני כלל 36 צעדים (ועוד 2 צעדי אימון) להערכת היכולת לקבל החלטה במצב של עומס זיכרון נמוך. ההליך היה זהה לחלק הקודם, אך כאן כל סוג כלל רק 2 פריטים אפשריים ולא 6. על מנת להעריך את היכולת לקבל החלטות תחת עומסים שונים, חושב מדד המשלב מהירות ודיוק (Bakun Emesh et al., 2021).

Switching TASK - המטלה פותחה על מנת להעריך גמישות קוגניטיבית, והיא כוללת 201 צעדים (ועוד 6 צעדי אימון). בכל צעד במטלה הוצגה על גבי מסך נקודת פיקסציה למשך זמן קצר, אחריה הוצגו באופן אקראי על גבי המסך 3 פריטים - פריט מטרה ושני מסיחים (אות, ספרה וצורה) למשך 6 שניות, ובמקביל אליהם אינדיקטור שציין מי מבין 3 הפריטים הוא המטרה (W = אות, % = ספרה, ɵ = צורה). המשתתף התבקש ללחוץ על המקש במקלדת שתואם את סימן המטרה. הדרישה לעבור בין צעדים בעלי דרישות שונות (אות, ספרה או צורה) גובה "מחיר קוגניטיבי". על מנת להעריך את "המחיר הקוגניטיבי" חושב ההבדל בזמן תגובה ואחוז טעויות בין Task repetition trials (שלבים בהם חוזרים ומבצעים את אותה מטלה – כלומר לא היה שינוי באינדיקטור) לבין Task switching trials (שלבים בהם מתבקשים להחליף בין המטלות). זמן תגובה ארוך ואחוז גבוה של טעויות עבור Task switching trials מעיד על קושי בגמישות קוגניטיבית. הציון הסופי שהתקבל הינו מדד המשלב מהירות ודיוק (Bakun Emesh et al., 2021).

The Antisaccade Task (Miyake et al., 2000) - המטלה פותחה על מנת להעריך עיכוב תגובה, והיא כוללת 96 צעדים. בכל צעד הוצגה על גבי המסך נקודת פיקסציה למשך זמן קצר, אחריה מסיח (ריבוע לבן בצד שמאל/ימין) ומיד אחריו הופיע, בצד הנגדי למסיח, גירוי המטרה – חץ לבן – למשך 100 מ"ש. על המשתתף ללחוץ על מקש התואם את כיוון החץ (מעלה, מטה, ימינה, שמאלה). הצלחה במטלה דורשת מהמשתתף לעכב את התגובה האוטומטית למסיח. על מנת להעריך יכולת לעכב תגובה חושב מדד המשלב מהירות ודיוק (Bakun Emesh et al., 2021).

6.4.2.2 תוצאות ודיון
כדי לבחון באיזה אופן הבדלים בכישורים ניהוליים משפיעים על חיבור דו ספרתי, חישבנו את המתאם בין גמישות קוגניטיבית, עיכוב תגובה וקבלת החלטות תחת עומס זיכרון לבין הביצועים במטלת חיבור דו ספרתי. לא נמצא מתאם מובהק בין המדדים.

על סמך התוצאות לא ניתן להסיק באיזה אופן כישורים ניהוליים מעורבים בתהליך החישוב. עם זאת, נראה שהסיבה היא לא שאין קשר כישורים ניהוליים בחישוב; להיפך – מחקרים קודמים מצביעים על כך שכישורים ניהוליים כן מעורבים בתהליך החישוב (Archambeau & Gevers, 2018). הסבר סביר יותר הוא שהכישורים הניהוליים לא מעורבים בחישוב באופן הספציפי בו שיערנו, או שהקשר הזה לא משתקף במדד הספציפי בו

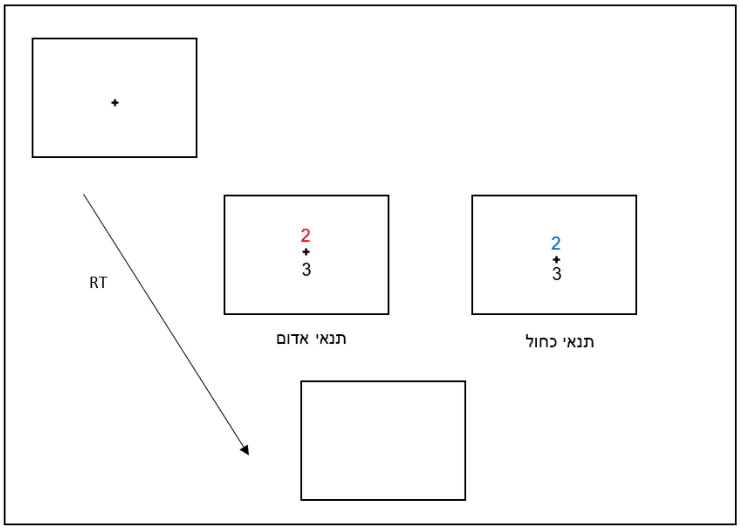
שיערנו שישתקף. על כן, חשוב לבחון לעומק את הקשר בין כישורים ניהוליים לתהליך החישוב באמצעים נוספים ושיטות ניתוח שונות.

6.4.3 *מטלת חיבור זוגות אופרנדים*

מטרת המטלה הייתה להעריך האם אלגוריתם מורכב, הכולל שלושה אופרנדים חד ספרתיים (2+3+1), הופך את החישוב לקשה יותר בהשוואה לחישוב באמצעות אלגוריתם הכולל 2 אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד נוסף דו ספרתי (2+3+10). מטרה נוספת של המטלה הייתה להעריך האם הצורך להחליף בין תת-אלגוריתמים שונים הופך את החישוב לקשה.

6.4.3.1 *שיטה וניבוי*

המשתתפים התבקשו לפתור תרגילי חיבור בעל פה. המטלה כללה 24 תרגילים, 6 מתוכם תרגילי אימון. בכל תרגיל הוצגו 2 אופרנדים. גם האופרנדים וגם סכומם היו בטווח 1-8. אם האופרנדים הוצגו בצבע אדום, התשובה הנכונה היא סכומם פלוס (2+3+1). אם האופרנדים הוצגו בצבע כחול, התשובה הנכונה היא סכומם ועוד 10 (2+3+10). בכל צעד, תחילה הופיע לזמן קצר סימן פיקסציה (+) במרכז המסך (700 מילי-שניות). מיד לאחר מכן, הופיעו על גבי המסך 2 אופרנדים אחד מתחת לשני (תרשים 9) למשך שניה. המשתתף התבקש לענות מהר ובקול את התוצאה. ניתחנו את זמן התגובה מרגע הופעת התרגיל ועד מתן תוצאה, עבור תשובות נכונות בלבד.



תרשים 9. מטלת חיבור זוגות אופרנדים

כדי לבחון את ההשפעה של מורכבות האלגוריתם הבחנו בין תנאי אדום לתנאי כחול. בחיבור דו ספרתי עם חציית עשרת במיקום היחידות (תרשים 8א), פעולת ההמרה מובילה לכך שבעמודת העשרות נוצר אלגוריתם מורכב הכולל 3 מחוברים חד ספרתיים, בדומה לחישוב הנדרש בתנאי אדום. לעומת זאת, כאשר החצייה ממוקמת בעשרות, תוצר החצייה זולג למקום הפנוי ומפשט את תהליך החישוב (תרשים 8ב), בדומה לתהליך החישוב בתנאי הכחול. שיערנו שבדומה לחישוב-רב ספרתי, גם כאן חישוב עם 3 אופרנדים חד ספרתיים (תנאי אדום) יהיה קשה יותר מחישוב שכולל שני אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד שלישי דו ספרתי (תנאי כחול). אם השערה זו נכונה, נצפה שזמן תגובה יהיה ארוך יותר בתנאי האדום.

בנוסף, כדי לבחון את ההשפעה של הצורך להחליף בין אלגוריתמים הבחנו בין צעדי switch (התנאי שונה מהתנאי של הצעד הקודם) לבין צעדי non switch (לדוגמה, אדום לעומת כחול ברשימת הצעדים הזאת: AA**B**B**C**C**B**B**A**A**C**C**A**A). פער גדול בין צעדי switch ל- non switch, עם ביצוע איטי יותר בצעדי switch, יעיד על קושי להחליף בין אלגוריתמים.

6.4.3.2 תוצאות ודיון

כאשר בחנו את ההשפעה של הצורך להחליף בין אלגוריתמים הבחנו בדפוס המצופה. נמצא זמן תגובה ארוך ואחוז טעויות גבוה יותר בתנאי switch (ממוצע זמן תגובה 5.3 ש', ס"ת 3.9; ממוצע אחוז טעויות 0.09%, ס"ת 0.3), בהשוואה לתנאי non switch (ממוצע זמן תגובה 4.9 ש', ס"ת 3.9; ממוצע אחוז טעויות 0.07%, ס"ת 0.3). הפער בין switch לבין non switch מעיד על קושי להחליף בין אלגוריתמים. כלומר, משלמים מחיר קוגניטיבי בעת החלפה בין אלגוריתם שכולל שני אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד שלישי דו ספרתי, לבין אלגוריתם עם 3 אופרנדים חד ספרתיים.

עם זאת, דפוס הביצוע לא תאם את ההנחה ששני התנאים במטלה (אדום וכחול) משקפים היטב את הבדל הקושי המשוערים בין תתי-האלגוריתמים בחיבור הרב ספרתי. למעשה, התוצאות היו הפוכות להנחה זו: זמן התגובה בתנאי האדום (4.9 ש', ס"ת 3.5) היה קצר יותר, לא ארוך יותר, מאשר בתנאי הכחול (5.3 ש', ס"ת 4.2). גם בניתוח אחוז הטעויות, התנאי האדום (ממוצע אחוז טעויות 7.4%, ס"ת 0.26) היה קל יותר מהתנאי הכחול (ממוצע אחוז טעויות 8.51%, ס"ת 0.28). כלומר, חישוב שכולל שני אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד שלישי דו ספרתי (תנאי כחול) היה קשה יותר מחישוב 3 אופרנדים חד ספרתיים (תנאי אדום).

יש כמה הסברים אפשריים לממצאים אלה. ראשית, יכול להיות שההשערה שגויה. כלומר, אלגוריתם הכולל שלושה אופרנדים חד ספרתיים (2+3+1) קל יותר לחישוב, בהשוואה לחישוב באמצעות אלגוריתם הכולל 2 אופרנד חד ספרתיים ואופרנד נוסף דו ספרתי (2+3+10). לפי הסבר זה, אפקט מיקום חציית העשרת בחישוב (חצייה ביחידות קשה יותר מאשר בעשרות) לא מתקיים בגלל ההבדל בין 2 תתי-האלגוריתמים המדוברים כאן, אלא מתקיים **למרות** ההבדל הזה (שהוא למעשה בכיוון ההפוך).

שנית, ייתכן שהפער בין התנאים נובע מאפקט גודל הבעיה. המחובר השלישי בתנאי הכחול (10) היה גדול יותר מאשר בתנאי האדום (1), וייתכן שככל שהמחובר השלישי שנוסיף לחישוב גדול יותר כך החישוב יהיה קשה יותר. שלישית, ייתכן שהוספת 1 היא פעולה ייחודית, כלומר הוספה של 1 כמחובר שלישי היא אוטומטית ולא מצריכה חישוב מורכב. לבסוף, ייתכן שקשה יותר לענות תשובה דו-ספרתית (בתנאי הכחול). כל אחת מהסיבות שהוצעו כאן הייתה יכולה ״למסך״ את ההבדלים בין האלגוריתמים השונים של חישוב. בחינה של הנושאים הנ"ל לא הייתה במרכז המחקר ועל כן לא המשכנו בניתוח הממצאים.

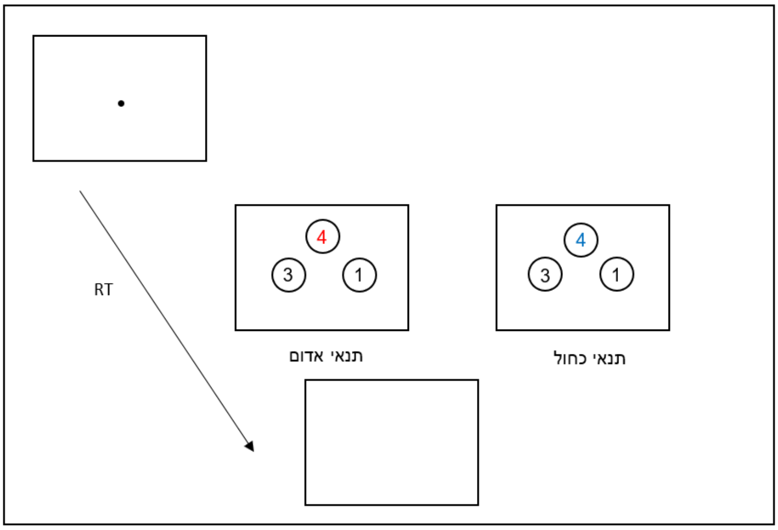
6.4.4 מטלת חיבור שלושה אופרנדים

מטרת המטלה הייתה להעריך האם אלגוריתם מורכב הכולל שלושה אופרנדים חד ספרתיים (4+3+1) הופך את החישוב לקשה יותר, בהשוואה לחישוב באמצעות אלגוריתם הכולל שני אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד נוסף דו ספרתי (40+3+1). מטרה נוספת של הניסוי הייתה להעריך האם הצורך להחליף בין תת-אלגוריתמים שונים הופך את החישוב לקשה.

6.4.4.1 *שיטה וניבוי*

המשתתפים התבקשו לפתור תרגילי חיבור בעל פה. המטלה כללה 112 תרגילים שהועברו בשני בלוקים נפרדים, 6 מתוכם תרגילי אימון. בכל תרגיל הוצגו 3 אופרנדים. אם האופרנד העליון הוצג בצבע אדום, התשובה הנכונה היא סכום 3 האופרנדים (4+3+1). אם האופרנד העליון הוצג בצבע כחול, התוצאה הנכונה היא אותו אופרנד מוכפל ב-10 ועוד 2 האחרים (40+3+1). כל האופרנדים וסכומם היו בטווח 1-9. בכל צעד, תחילה הופיע לזמן קצר נקודת פיקסציה במרכז המסך (500 מילי-שניות). מיד לאחר מכן, הופיעו על גבי המסך 3 אופרנדים מסודרים בצורת משולש (תרשים 10) למשך 500 מילי-שניות. המשתתף התבקש לענות מהר ובקול את התוצאה. מדדנו את זמן התגובה מרגע הופעת התרגיל ועד תחילת אמירת התוצאה עבור תשובות נכונות בלבד.

כדי לבחון את ההשפעה של מורכבות האלגוריתם הבחנו בין תנאי אדום לתנאי כחול. בחיבור דו ספרתי עם חציית עשרת במיקום היחידות (תרשים 8א), פעולת ההמרה מובילה לכך שבעמודת העשרות נוצר אלגוריתם מורכב הכולל 3 מחוברים חד ספרתיים, בדומה לחישוב הנדרש בתנאי אדום. לעומת זאת, כאשר החצייה ממוקמת בעשרות, תוצר החצייה זולג למקום הפנוי ומפשט את תהליך החישוב (תרשים 8ב), בדומה לתהליך החישוב בתנאי הכחול. בהתאמה, שיערנו שחישוב אלגוריתם עם 3 אופרנדים חד ספרתיים (תנאי אדום) יהיה קשה יותר (איטי יותר, יותר טעויות) מחישוב שני אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד שלישי דו ספרתי (תנאי כחול).



תרשים 10. מטלת חיבור שלושה אופרנדים

בנוסף, כדי לבחון את ההשפעה של הצורך להחליף בין אלגוריתמים הבחנו בין צעדי switch (התנאי שונה מהתנאי של הצעד הקודם) לבין צעדי non switch (לדוגמה, אדום לעומת כחול ברשימת הצעדים הזאת: AA**BB**CC**BB**AA**CC**AA). פער גדול בין צעדי switch ל- non switch, עם ביצוע איטי יותר / טעויות רבות יותר בצעדי switch,יעיד על קושי להחליף בין אלגוריתמים.

6.4.4.2 *תוצאות ודיון*

חישוב אלגוריתם עם 3 אופרנדים חד ספרתיים (תנאי אדום) היה קשה יותר לחישוב, בהשוואה לאלגוריתם שכלל שני אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד שלישי דו ספרתי (תנאי כחול) רק כאשר המחובר השלישי היה 1-3 (טבלה 4). כאשר המחובר השלישי היה 4 לא נמצא הבדל בין התנאים. לעומת זאת, כאשר המחובר השלישי היה 5-6 הדפוס התהפך. כלומר, התנאי הכחול היה קשה יותר לחישוב מאשר התנאי האדום.

יש כמה סיבות אפשרית לדפוס זה. ראשית, ייתכן שהממצאים מפריכים את ההנחות התיאורטיות הנוגעות למורכבות האלגוריתם. כלומר, אלגוריתם הכולל שלושה אופרנדים חד ספרתיים (4+3+1) לא הופך את החישוב לקשה יותר, בהשוואה לחישוב באמצעות אלגוריתם הכולל שני אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד נוסף דו ספרתי (40+3+1). שנית, ייתכן שהפער בין התנאים נובע ממאפייני הפריטים במטלה. בתהליך היצירה של המטלה על מנת לנטרל את אפקט חציית עשרת, סכום המחוברים בכל התרגילים היה קטן מעשר (למשל, 4+3+1). בשל עקרון מנחה זה נותר מצב שמגוון התרגילים הצטמצם ככל שערך המחובר השלישי עלה (טבלה 4). בחינה של הנושאים הנ"ל לא הייתה במרכז המחקר ועל כן לא המשכנו בניתוח הממצאים.

כאשר בחנו את ההשפעה של הצורך להחליף בין אלגוריתמים הבחנו בדפוס המצופה. נמצא זמן תגובה ארוך ואחוז טעויות גבוה יותר בתנאי switch (ממוצע זמן תגובה 7 ש', ס"ת 11.1; ממוצע אחוז טעויות 5.3%, ס"ת 0.2), בהשוואה לתנאי non switch (ממוצע זמן תגובה 6.7 ש', ס"ת 10.3; ממוצע אחוז טעויות 5.1%, ס"ת 0.2). הפער הזה מעיד על קושי להחליף בין אלגוריתמים. כלומר, משלמים מחיר קוגניטיבי בעת החלפה בין אלגוריתם שכולל שני אופרנדים חד ספרתיים ואופרנד שלישי דו ספרתי, לבין אלגוריתם עם 3 אופרנדים חד ספרתיים.

מחובר שלישי	סה"כ פריטים	סה"כ אחוז טעויות	תנאי אדום (4+3+1)	תנאי כחול (40+3+1)
1	34	5.8%	(11.3) 6.9	(10.7) 6.7
2	24	5%	(10.8) 7.1	(12.1) 6.9
3	20	4.7%	(10.6) 7.4	(9.4) 6.4
4	16	4.2%	(11.7) 7.5	(14.7) 7.5
5	8	6.3%	(5.5) 6.1	(8.5) 6.3
6	4	5.8%	(2.9) 5.6	(5.2) 5.8

טבלה 4. סה"כ פריטים, סה"כ אחוז טעויות, ממוצע RT (וסטיות תקן) עבור תשובות נכונות במטלת חיבור שלושה אופרנדים לפי מחובר שלישי

TEL AVIV UNIVERSITY אוניברסיטת תל אביב
Tel Aviv University
The Jaime and Joan Constantiner
School of Education

How we perform carry operation, why is it so difficult, and what can be learned from it about algorithms?

The paper was submitted as the thesis for M.A degree by

Shibolet Nir

The study was carried out under the supervision of

Dr. Dror Dotan

June 2023

Abstract

One of the central mathematical abilities is the ability to perform calculations orally. This is a basic skill that has a wide range of applications: managing household finances, effective activity in the workplace, and more. However, mental calculation poses a challenge for both children and adults, and it is affected by various factors such as exercise characteristics, calculation strategies, individual memory capacity, etc. For example, mental calculation involving carry operation (e.g., 27+36) is more difficult than calculations without carry operation (e.g., 21+32). Nevertheless, to date, only a few studies have systematically examined the precise origin of difficulty in such calculations.

To examine these factors, we asked 31 participants to perform 2-digit addition exercises with decade-crossing using two specific strategies: right-to-left calculation (units first, then decades) and left-to-right calculation (decades first, then units). As response, the participants were instructed to say each intermediate result (decade sum, unit sum) and then the final answer. For example, for 27+36 with the right-to-left strategy, the participants were to say "13, 50, 63". By measuring the duration of each step in the calculation (units addition, tens addition, merging intermediate results into the final answer), we could examine the calculation process step by step, not just as a whole.

Two findings demonstrated the significant role of working memory in the calculation process. First, calculation was slower in the stages in which the working-memory load was lower. Second, these stages were particularly sensitive to the participant's working memory capacity. Our findings indicate that the working memory load was not constant but changed dynamically during the calculation: it was the highest in the first calculation stage (either units or decades addition), lower in the second stage, and yet lower in the merge stage. We conclude that working memory undergoes updates during the calculation, such that no-longer-necessary information, namely the already-added operands, is removed from memory to make room for the intermediate results. This memory management scheme reduces the load on working memory and promotes efficient and flexible memory resource management in the calculation process.

In the merge stage (and only in this stage), the presence of a decade crossing created more difficulty when the carry was at the unit position (e.g., 27+36) than when it was at the decade position (e.g., 72+63). An explanation for this pattern is that the decade crossing position affects the specific calculation algorithm invoked during merge: when the crossing was in the unit position, a more complex sub-algorithm must be used to merge the intermediate results (e.g., 50+13 compared to 130+5).

The second calculation step (either units or decades addition) was more difficult in right-to-left calculation than in left-to-right calculation. This may arise from load imposed on the syntactic representation of the number during calculation: when calculating from right to left, i.e., when starting from the units addition, the first interim result is a ones/teens word, and in the second addition step the participant may have to update the structural representation of the number into a 2-digit number with a tens word. Presumably, this update consumes time and cognitive resources.

A similar pattern was found in the merge step: it was slower in right-to-left calculation than in left-to-right calculation. This effect may stem from the order of the previously memorized intermediate results

in working memory: in left-to-right calculation, the memorized order (130+5) aligns with the order of words in Hebrew verbal numbers, whereas in right-to-left calculation the memorized order (5+130) does not. A need to reverse the order of words of the intermediate results may consume time and cognitive resources.

Overall, the research demonstrates that multidigit calculation is a complex process, which involves several types of difficulty stemming from various factors. A precise assessment of performance in high granularity, i.e., at the level of each calculation step, can reveal these different sources. Further examination of the difficulty factors in oral calculation will allow understanding in detail the relations between individual abilities and exercise characteristics and could promote success in complex mathematical operations.